

MITTUNIVERSITETET
Institutionen för naturvetenskap, teknik och matematik (NAT)

Examensarbete inom
lärarutbildningen, 15 högskolepoäng

Att främja gruppdiskussioner
Hur lärarens fråga påverkar gruppdiskussioner i
matematikämnet

Kim Jonsson

Handledare: Andreas Lind

Sammanfattning

Detta arbete syftar till att undersöka hur lärarens fråga påverkar elevernas möjligheter att föra en gruppdiskussion inom matematikämnet. Som en avgränsning fokuseras två frågeställningar: dels vad som händer med elevdiskussionen då eleverna ombeds relatera ett matematiskt fenomen till sin vardag, och dels vad som händer med elevdiskussionen då eleverna ombeds söka olika förklaringar till ett matematiskt fenomen. Undersökningen genomförs som ett fältexperiment där två grupper gymnasieelever ställs inför de bägge sätten att fråga. Gruppernas diskussioner dokumenteras och analyseras med avseende på hur eleverna formulerar och löser problem, vilka zoner av klassrumsinteraktion de rör sig inom, och i vilken grad de lyssnar på sina kamrater. I resultatet visar det sig att bägge elevgrupperna utvecklar exempel, eller om man så vill, enkla problem, i större grad då de ombeds söka olika förklaringar till matematiska fenomen än då de diskuterar vardagserfarenheter. De bägge sätten att fråga orsakar ingen skillnad i vilken zon av klassrumsinteraktion eleverna för samtalen inom. Då det gäller elevernas lyssnande, så visar det sig att bägge grupperna för ett mer ordnat samtal då de talar om vardagserfarenheter än om olika sätt att tänka kring ett matematiskt fenomen, men att samtalen också blir livligare och mer involverande då de talar om olika sätt att tänka kring matematiska fenomen.

Nyckelord: Elevdiskussion, fråga, fältexperiment, gymnasieelever.

Innehållsförteckning

Inledning.....	4
Syfte och frågeställningar.....	5
Teori och tidigare forskning.....	6
Läroteorier.....	6
Vygotskij.....	6
Piaget.....	7
Elevkommunikation.....	8
Frågor.....	9
Metod.....	11
Avgränsningar.....	11
Fältexperiment.....	11
Datainsamling	13
Urval.....	14
Genomförande.....	15
Diskussionsanalys.....	16
Problemlösningstrategier.....	16
Zoner för klassrumsinteraktion.....	17
Elevernas lyssnande.....	17
Etik.....	18
Definitioner.....	18
Metoddiskussion.....	18
Resultat.....	20
Försök 1 – Grupp A – Bråkräkning, egna erfarenheter.....	20
Försök 1 – Grupp B – Bråkräkning, olika tankesätt.....	21
Försök 2 – Grupp A – Procenträkning, olika tankesätt.....	24
Försök 2 – Grupp B – Procenträkning, egna erfarenheter.....	27
Analys och diskussion.....	30
Problemlösningstrategier.....	30
Zoner för klassrumsinteraktion.....	31
Elevernas lyssnande.....	33
Resultatdiskussion.....	35
Att formulera problem.....	35
Om zonerna för klassrumsinteraktion.....	36
Ordning och reda i samtalen.....	37
Lärares uppgift.....	37
Förslag på vidare forskning.....	38
Referenser.....	39
Internet.....	40
Bilagor	

Inledning

Matematik: ett regelbundet räknande i kursböcker, avbrutet av enstaka prov där eleven förväntas visa att denna lärt sig vad som i kapitlet framställs som viktigt? Det är en bild som ofta förekommer av matematikämnet i skolan och troligen stämmer bilden i somliga klassrum medan den är missvisande i andra. Betraktar man exempelvis Skolverkets kursplan för gymnasiets matematik A-kurs, framgår att ämnet ska vara betydligt mer än det mekaniska räknande matematikböcker lätt uppmuntrar till. En färdighet eleverna ska tillägna sig är förmågan att formulera, analysera, och lösa problem. De ska också genomföra "... matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt." (Skolverket, 2009). Ett skriftligt matematiskt språk kan man utveckla i den ovan uppmålade lektionsbilden, men för att utveckla sin förmåga att föra matematiska resonemang muntligen torde krävas andra slags utmaningar. En lämplig arbetsform för att utveckla denna förmåga kan antas vara elevdiskussioner.

Det torde vara få som inte på ett eller annat sätt har erfarenheter av att samtala under matematiklektioner. Personligen har jag åtminstone sedan tonårstidens början haft såväl nytta som nöje av att diskutera med bordsgrannen – antingen jag behövt hjälp med någon uppgift eller fått förklara någonting så har jag uppfattat det som lärorikt. Därtill har diskussionerna gjort matematiklektionerna mindre enformiga, även om somliga lärare uttryckt misstankar om att de bidragit till minskad effektivitet.

Elevdiskussioner kan variera i såväl kvantitet som kvalitet. Elevernas vana att diskutera, deras språkfärdigheter utöver det matematiska språket och deras intresse för ämnet kan vara tänkbara faktorer som påverkar variationerna. Också lärarens roll torde vara en sådan faktor – det verkar rimligt att anta att i vilken utsträckning och på vilket sätt läraren uppmuntrar diskussion påverkar eleverna.

Därmed blir det av intresse för matematiklärare att fundera över såväl om som hur elevdiskussioner bör främjas. I detta sammanhang blir en mängd frågor aktuella. Är en viss mängd diskussion att föredra? Är somliga moment i matematikkurserna mer gynnsamma än andra att behandla med diskussionsuppgifter? Vilka kunskaper eller färdigheter utvecklas annorlunda vid diskussioner jämfört med individuellt arbete? Hur kan en diskussionsuppgift utformas för att bäst gynna eleverna i den situation de befinner sig? Med denna uppsats väljer jag att huvudsakligen rikta in mig på den sistnämnda frågan, genom att undersöka hur två olika frågeställningar påverkar elevernas diskussionsmöjligheter.

Syfte och frågeställningar

Syftet med detta arbete är att närmare undersöka hur man genom uppgifter och frågeställningar kan skapa olika förutsättningar för elever att föra gruppdiskussioner inom matematikämnet. För att göra detta mer gripbart fokuseras två olika frågeställningar:

- Vad händer med elevdiskussionen då eleverna ombeds relatera ett matematiskt fenomen till sin vardag?
- Vad händer med elevdiskussionen då eleverna ombeds söka olika förklaringar till ett matematiskt fenomen?

Teori och tidigare forskning

En undersökning om de möjligheter till elevdiskussion som följer på frågor med skilda inriktningar kan tänkas beröra ett brett område av läroteorier, teorier om frågeställande och elevkommunikation. Det kan därför vara av intresse att närmare teckna en översiktlig och emellanåt mer specifik bild av vad som tidigare skrivits i dessa olika ämnen. Denna del av uppsatsen inleds med en skissering av ett par övergripande teorier om lärande, för att sedan smalna av för att i allt större grad inringa de områden undersökningen syftar till att undersöka.

Läroteorier

Följande teorier om hur mänskligt lärande fungerar ska betraktas som en bakgrund till övrig litteratur i området, då mycket av denna förhåller sig till någon av dessa läroteorier på ett eller annat sätt. Teorierna presenteras övergripande och kopplas här för enkelhets skull till en föregångsman var.

Vygotskij

Då man talar om läroteorier i samband med kommunikation och sociala samspel kan inte minst det sociokulturella perspektiv på lärande för vilket Lev Vygotskij brukar betraktas som föregångare vara lämpligt att ta som utgångspunkt. Här används Bråten's (red., 1998) bok Vygotskij och pedagogiken för att beskriva Vygotskijs teori. Inom det sociokulturella perspektivet ses lärande som något som sker i två steg – först i en mellanmänsklig process som hänger samman med kultur och socialt samspel, och därefter en inommänsklig process då individen internaliserar kunskapen. Vygotskij talade om högre och lägre psykologiska processer, där han menade att de lägre processerna var de elementära naturgivna processerna medan de högre kännetecknades av att de var konstruerade. Till dessa högre psykologiska processer räknade han såväl sociala och kulturella redskap, däribland språk och tecknande, som sådana processer som tidigare vanligen räknats som kognitiva - exempelvis logiskt minne och selektiv uppmärksamhet. Han menade alltså att en stor del av våra psykologiska processer utvecklas i samspel med omgivningen och med hjälp av kulturella och sociala verktyg - varje högre psykologisk process existerar först mellan individen och dess omgivning, för att sedan internaliseras inom individens psyke.

För denna undersökning kan det vara av intresse att betrakta Vygotskijs syn på hur språk och tänkande hänger samman. Till en början, menade han, är språk och tänkande åtskilda, men efter hand möts de bägge och sammankopplas på så vis att tänkandet blir språkligt och språket intelligent (Bråten, 1998). På vägen passerar den uppväxande individen ett antal stadier, där ett kännetecken på

mellanstadium är att barnet talar egocentriskt, det vill säga för en talad monolog. Det är detta sätt att "tänka högt" som senare blir det inre talet, tänkandet.

Han behandlade också begrepp av olika slag och hur sådana hänger samman med lärandet. Unga barn, menade han, tänker först i primitiva föreställningar. Dessa utvecklas i nästa stadium en aning till komplex, då barnet börjar se konkreta likheter mellan ting. Dessa komplex liknar i somligt begrepp. Därutöver gjorde Vygotskij skillnad mellan ett barns spontana begrepp, och de vetenskapliga begrepp barnet möter i skolvärlden. Det är i mötet mellan dessa olika begrepp som språk och tanke kan utvecklas, då de vardagliga begreppen utvecklas i riktning mot de vetenskapliga, och de vetenskapliga begreppen förenklas i riktning mot de vardagliga (Bråten, 1998).

Denna korta översikt av Vygotskijs teorier avslutas med hans uttryck "den närmaste utvecklingszonen". Bråten beskriver uttrycket som skillnaden mellan vad en elev klarar med en lärares eller någon annan kunnig vuxens stöd, och vad eleven klarar av på egen hand. Det är vad eleven klarar av med en lärares hjälp som rimligen kan internaliseras så att eleven med övning kan lära sig att göra det på egen hand. Därmed menade han att utveckling följer efter undervisning - genom undervisning kan utveckling ske.

Piaget

Det sociokulturella perspektivet kan ställas mot en annan större teoribildning kring kunskaps- och läroprocesser, nämligen den som företräds av Piaget. Han ansåg i likhet med Vygotskij att människans intellekt genomgår ett antal stadier från spädbarnets ålder till den vuxnes, och att denna utveckling sker i samspel med omgivningen, men läroprocessen i sig betraktade han som inommänsklig (Piaget, 1968).

Han beskrev intellektet som en form av anpassning, adaptation, till omgivningen, som kunde ske på två sätt – antingen genom assimilation, där individen lägger till nya intryck till sina sedan tidigare uppbyggda kunskapsscheman, eller genom ackommodation, där de nya intrycken kräver en omkonstruktion av tidigare kunskapsscheman.

Furth (1977) återger Piagets uppdelning i stadier. Denna uppdelning följer i grova drag barnets ålder, även om Piaget anser att individuella skillnader förekommer. Det första stadiet motsvarar spädbarnsåldern och benämns det sensoriska stadiet, eftersom det kännetecknas av att barnet utvecklar perception, igenkännande och koordination mellan mål och medel. Det andra stadiet, det preoperationella, motsvarar åldrarna 1-6 år och här utvecklar barnet förståelse av funktionella samband och börjar lära sig att använda språk och symboler. Nästa stadium är det konkret operationella, ungefärligen motsvarande åldrarna

7-11 år, då barnet utvecklar strukturer för klasser, relationer och antal. Det sista stadiet är det formellt operationella, som brukar inledas i början av tonåren och där ungdomen utvecklar förmågan att göra antaganden och hypotetiskt tänkande.

Beträffande språket menar Piaget att språk och tänkande är tätt sammanlänkade, men att tänkande föregår språk i utvecklingen. Som exempel på detta anger han att småbarn utvecklar inre symboler innan de lär sig språket (Piaget 1968:99). Då barnet når det konkret operationella stadiet lyfter Piaget fram ett annat argument – här kan barnet oftast utföra exempelvis klassificeringar praktiskt innan det kan göra motsvarande klassificeringar språkligt (Piaget 1968:103).

Elevkommunikation

En forskare som undersökt hur kommunikation och inläring hänger samman är Barnes (1978). Språk, menar han, kan ha olika funktioner. En självklar funktion är att kommunicera, men han betonar också funktionen att tänka högt, att språket blir ett sätt att kontrollera tanken. Därför lyfter han fram vad han kallar ”sonderande tal”, som kännetecknas av tvekan, omformuleringar och ändringar av inriktningen. Detta, menar han, skapar ”... en interaktion mellan det han [eleven] lär sig och den verklighetsuppfattning som styr hans handlande” (Barnes, 1978, s. 29). Därmed kopplar han det sonderande talet till Piagets teorier om assimilation och ackommodation.

Barnes undersöker också hur elevers gruppdiskussioner kan te sig för att urskilja ett par olika sätt att kommunicera. Först talar han om det öppna förhållningssättet, där eleverna ”... ställer fundersamma frågor till sig själva, och deras påståenden är sonderande, avsedda att vidareutvecklas av de övriga. De finner lätt nya frågor att ställa, och i arbetsmaterialet upptäcker de möjligheter utöver dem som explicit anges i uppgiften” (Barnes, 1978, s. 71). Detta är enligt Barnes att föredra över vad han kallar det slutna förhållningssättet, där eleverna strikt håller sig till den uppgift som de ställts inför, sällan ställer egna frågor, och ofta etiketterar förlopp snarare än att analysera dem. När sedan en lärare går in i elevgruppernas diskussioner, ser Barnes en förändring i kommunikationsmönstret – grupper som tidigare kunnat arbeta med ett öppet förhållningssätt slutar ofta att prova sig fram och ”tänka högt” för att istället försöka finna det svar de antar att läraren är ute efter. Han sammanfattar med orden ”Läraren måste å ena sidan undvika en lärardominans som avskräcker eleverna från en aktiv inläring, och å andra sidan undvika att lämna eleverna helt utan stöd.” (Barnes, 1978, s. 83)

Men det är inte helt omöjligt för eleverna att ha ett öppet förhållningssätt och tala på ett sonderande sätt då läraren deltar i samtalet. Barnes menar att det sonderande talet kan uppmuntras om läraren lägger mindre fokus på att bedöma det eleven säger för att istället lyssna och svara på elevens ord.

En forskare som mer uttalat tagit utgångspunkt i den sociokulturella teoribildningen är Riesbeck (2008). Hon undersöker hur diskurs som teoretiskt och didaktiskt begrepp kan "... bidra till att utveckla matematikundervisningen" (Riesbeck, 2008, s. 12), och studerar därför kommunikation i klassrummet, såväl mellan lärare och elever som inom elevgrupper av olika storlek. Hon använder sig av en skala där en vardaglig diskurs placeras på ena sidan, och en matematisk diskurs på den andra. På denna skala menar hon att man kan placera individer utifrån hur långt de kommit i abstraktionsprocessen. Utifrån sina undersökningar med elevgrupper kommer Riesbeck fram till att det är mest gynnsamt för elevernas förståelse för matematiska begrepp, om de i diskussionen kan kombinera den vardagliga och den matematiska diskursen.

I en av de undersökningar Riesbeck gjort, i samarbete med Roger Säljö och Jan Wyndhamn, studerar hon elever som ska arbeta med triangelns förhållande till rektangeln genom att rita och klippa. Resultatet visar att eleverna lätt fastnar i en vardaglig diskurs. En annan undersökning, också den genomförd i samarbete med de ovan nämnda forskarna, visar att elever som har uppfattningen att de ska arbeta matematiskt (exempelvis eftersom de har matematiklektion) gärna arbetar på en särskild form: de vill använda all den information som givits i uppgiften, även om somlig information är överflödigt för att lösa den. De vill också gärna finna en entydig lösning, även om problemet är formulerat så att det ska kunna besvaras på många olika sätt.

Wistedt (1996) menar att kommunikationens roll i matematikundervisningen kan såväl överskattas som underskattas. Överskattningen, menar hon, kan ske vid de fall en elevgrupp har för olika sätt att tänka kring en uppgift. De får då svårt att sätta sig in i varandras resonemang, och diskussionen tar skada av detta, liksom elevernas möjligheter att lära sig något av diskussionen. Då hon talar om att kommunikation kan underskattas, handlar det snarare om att läraren har mycket att vinna i förståelse av elevens tankar, om denna kan hjälpa eleven att uttrycka dessa tankar i ord.

Frågor

Det finns studier också om lärarens sätt att ställa frågor. Många studier har under lång tid funnit ett mönster som kan kallas fråga-svar-metoden – läraren ställer frågor och kräver svar av eleven för att kontrollera dennas uppmärksamhet (Barnes, 1978). Oftast handlar det då om frågor där läraren har kontroll över kunskapsinnehållet, och eleven roll bara är att fylla i rätt svar. Denna metod har

kritiserats för att ge en ytlig kunskapsinläring, där elevens förståelse är marginell. Den har dock motiverats genom att den ger läraren möjlighet att fokusera eleverna på den aktuella uppgiften, den ger läraren kontroll över vad som behandlas, kan hjälpa läraren att täcka in kursinnehållet och ger en viss faktainläring.

Om lärarens frågor skriver bland andra Emanuelsson (2001). Han räknar upp ett antal sätt att betrakta och klassificera frågor – bland annat kan de klassificeras utifrån hur öppna de är, hur stor frihet de ger. Med stöd i tidigare forskning räknar han upp fyra frihetsgrader. Den första och lägsta graden innebär att såväl problemet som genomförandet och svaret är på förhand givet. I nästa grad är problemet och genomförandet givna, men svaret lämnas öppet. I därpå följande grad är det bara problemet som är givet på förhand, och på den fjärde och högsta frihetsgraden är såväl problemet och genomförandet som svaret öppna.

Ett annat sätt att betrakta frågor är, enligt Emanuelsson, att se vilka interaktionsmönster som följer på dem. Ett interaktionsmönster är *lotsning* – att "... läraren stegvis avgränsar en given uppgiftsformulering, och med successivt allt mer avgränsade frågor hjälper en elev genom en uppgift. Eleven avger så småningom ett rimligt svar men till synes utan att tillämpa sätt att förstå som är relevanta med avseende på problemets ursprungliga formulering" (Emanuelsson, 2001 s. 23). Ett annat interaktionsmönster, *scaffolding*, eller på svenska *stöttning* anknyter till Vygotskijs begrepp om den närmaste utvecklingszonen. Stöttning kan likna lotsning i det att läraren hjälper eleven att behandla ett problem så att det blir hanterbart, men med skillnaden att stöttningen är tänkt att bit för bit minska i omfattning, så att det eleven till en början klarat endast med lärarens hjälp till slut ska vara möjligt att göra på egen hand. Ytterligare ett interaktionsmönster är *negotiation of meaning*, där undervisningens innehåll inte är tagna för givet, utan att lärare och elever förhandlar sig fram till en delad förståelse av det som behandlas. Här förtydligar dock Emanuelsson att alla inblandade inte behöver ha samma förståelse, utan bara tillskriva det behandlade samma innebörd.

Också Riesbeck (2008) gör en undersökning där hon ser hur frågan (uppgiften) påverkar diskussionen. Hennes resultat visar att en elevgrupp som ska diskutera en uppgift med hjälp av en vardaglig bild gärna fastnar i en vardaglig diskurs. En elevgrupp som ska diskutera en uppgift med hjälp av en miniräknare fastnar lätt i att knappa in beräkningar. En tredje elevgrupp får en liknande uppgift där de ska använda sig av tallinjen som hjälpmedel. Den sista metoden visar sig stimulera eleverna till att föra en diskussion inom en matematisk diskurs.

Metod

I denna del av uppsatsen beskrivs hur undersökningen läggs upp och vilka val som gjorts kring detta upplägg. Här finns uppgifter om vilka data som ska samlas in, hur insamlingen sker, hur uppgifterna analyseras och hur etiska och praktiska överväganden inverkar på datainsamlingen.

Avgränsningar

En avgränsning görs av nödvändighet redan i syftet – att studera alla möjliga sätt att ställa frågor till elever låter sig helt enkelt inte göras inom ramen för detta arbete. Därför väljs två olika sätt att ställa frågor för att stimulera elevernas diskussion. En strategi som diskuteras av Wistedt m.fl. (1992) är att anknyta skolmatematiken till elevernas vardagskunskap. En annan strategi för att stödja elevernas diskussion är att uppmana dem att se flera olika vägar till målet och att jämföra dessa vägar (se exempelvis Runesson, 1995). Denna studie avgränsas till att jämföra dessa två sätt att ställa frågor.

Frågeställningarna innebär att det finns två olika frågestrategier. Då de resulterande diskussionerna av dessa två frågestrategier ska jämföras krävs att diskussionerna i fråga analyseras, och studien måste således begränsas också gällande omfattning – att jämföra hur varje elev i det svenska skolväsendet diskuterar vid vardera frågestrategi är inte rimligt. Att analysera diskussioner kräver kvalitativt arbete och därmed blir begränsningen i mängd undersökta elever markant. För studien undersöks endast två elevgrupper om vardera 3 elever. Att denna gruppstorlek väljs beror på att en mindre grupp, ett par, kan antas nå konsensus tämligen snabbt, alternativt tar diskussionen formen av ett instruerande från en mer kunnig elev till den mindre kunniga. En större grupp medför större risk att någon av eleverna sitter tyst medan de andra tar dennes talutrymme. En gruppstorlek på 3-4 personer anses också vara lämpligt i metodiklitteratur, då man önskar att alla gruppmedlemmar ska kunna vara aktiva i diskussionen. (Se exempelvis Ahlström m.fl., 1996 och Runesson, 1995).

Fältexperiment

Ett experiment kännetecknas av en önskan att identifiera orsaksfaktorer, av kontroll av de praktiska förhållandena och av noggrann observation eller mätning (Denscombe, 2000). Experiment brukar omfatta en testgrupp och en kontrollgrupp, mellan vilka man sedan jämför skillnader i resultatet.

Den experimentella metoden passar för den undersökning som görs i denna studie. Att jämföra hur två olika frågestrategier påverkar elevers matematiska diskussioner innebär ett behov av att kontrollera huvudsakligen frågestrategi-

erna. Därför uppstår behovet av att iscensätta övningen för de bägge grupperna, en ren observationsstudie utan detta iscensättande gör det svårt om inte omöjligt att finna elever med motsvarande arbetsätt. Det är dock inte önskvärt att kontrollera alla omständigheter runt undersökningen – detta skulle kräva exempelvis ett laboratorium, men det tycks önskvärt att inte avlägsna eleverna alltför långt från den skolmiljö de är vana vid. Att utföra studien i skolmiljö medför fördelen att eleverna är bekanta med den och förmodligen mer bekväma där än i en mer kontrollerad miljö. Därför utförs undersökningen som ett fältexperiment istället för ett laboratorieexperiment.

Att arbeta med två grupper är vanligt i experimentella studier – vanligen arbetar man med en experimentgrupp och en kontrollgrupp, där experimentet utförs på den första gruppen och man undviker att påverka den andra. På så vis kan man anta att skillnader i resultatet mellan de olika grupperna beror på experimentets inverkan (se exempelvis Denscombe, 2000). I denna studie ska skillnader i resultat mellan olika frågestrategier jämföras och det tycks därför rimligt att pröva en frågestrategi (frågestrategi 1) på en grupp (grupp A) och den andra strategin (frågestrategi 2) på den andra gruppen (grupp B). Men eventuella skillnader i gruppernas diskussioner skulle också kunna förklaras genom att deltagarna i vardera grupp skiljer sig åt. För att motverka detta problem genomförs en andra observation på samma sätt där frågeställning 1 också provas mot grupp B och frågeställning 2 provas mot grupp A.

Det vore önskvärt att i bägge försöken hålla diskussionen inom samma ämnesområde för att undvika att ämnesvalet i nämnvärd utsträckning påverkar diskussionen, men om så är fallet riskerar man istället att ämnet blir ”färdig-diskuterat” redan i första försöket. Därför kommer försöken att behandla varsitt ämnesområde och eventuella skillnader mellan diskussionerna i försöken kan komma att påverkas av ämnesvalet. Detta försöker studien att minimera genom att mätning av diskussionernas kvalitet (utifrån de kriterier som beskrivs under rubriken Diskussionsanalys) snarare än av det enskilda ämnesområdet. Förhoppningen är att det genom noggrann redovisning ska vara möjligt att urskilja om sådan påverkan sker och därmed vara möjligt att kompensera för detta. Det tycks dock rimligt att anta att påverkan på grund av ämnesvalet ska vara mindre än påverkan skulle ha blivit av att i bägge försöken arbeta med samma ämnesområde och därmed låta eleverna tala ”slut” på ämnet redan vid försök 1.

Tabell 1: Försöksordning

	Frågestrategi 1	Frågestrategi 2
Försök 1 (ämnesområde 1)	Grupp A	Grupp B
Försök 2 (ämnesområde 2)	Grupp B	Grupp A

Med detta upplägg kommer undersökningen att uppvisa en stor mängd jämförelser mellan de bägge frågestrategierna. De frågeställningar som ska besvaras belyses därför i stor grad i relation till varandra. Resultatet för vardera frågestrategi blir därmed giltigt i första hand i relation till den andra frågestrategin, och de mönster som kan urskiljas i undersökningen kan bara i viss mån stå för sig själva. Detta kan vara ett problem, men då det svårigen låter sig göras att jämföra en frågestrategi mot att inte använda någon frågestrategi alls, så måste upplägget ändå följa ovanstående schema. Emanuelsson (2001) hävdar att det är i variationer och skillnader människan kan lägga märke till detaljer. Ett exempel på detta är att en grönfärgad fågel är svårare att upptäcka än en vitfärgad bland gröna löv. På samma sätt kan det vara svårare att beskriva en ensam fågel än två olika fåglar, då man med de två kan peka ut skillnaderna mellan fåglarna för att tydliggöra detaljer. På så vis kan också skillnaderna mellan de diskussioner som följer på de olika frågestrategierna användas för att uppmärksamma drag i vardera strategi.

Datainsamling

För att det ska vara möjligt att analysera elevernas diskussioner, måste dessa på något vis följas. Man kan tänka sig ett antal olika möjligheter. Exempelvis kan man i efterhand intervjua eleverna om hur diskussionerna förts, eller låta dem föra diskussionsprotokoll, vilket skulle ge en god uppfattning om hur eleverna uppfattar sina diskussioner. Men när det är diskussionen i sig som ska bedömas, är det mer fördelaktigt att kunna följa elevernas ord. Ett sätt att följa diskussionerna är att observera dem och föra fältanteckningar, men denna datainsamlingsmetod är väldigt beroende av forskarens perceptionsförmåga och minne. Därför utgör observation och fältanteckningar blott en liten del av datainsamlingen.

En metod som inte är lika beroende av forskarens minne och perception är ljudupptagningar, som därför får utgöra huvuddelen av datainsamlingen. En bandspelare medför en risk att diskussionen påverkas av exempelvis blygsel, eller det motsatta, en vilja att höras. Sådana reaktioner motverkas i denna studie genom att bandspelaren inte placeras mitt på bordet, och genom att den behandlas som en naturlig del av omgivningen. Förhoppningen är därmed att eleverna, åtminstone efter inledningen, ska kunna fokusera mer på diskussionen än på det faktum att den spelas in. Ljudupptagning är en standardmetod för att fånga in intervjudata (Denscombe, 2000), och metoden bör vara lika användbar vid en diskussionsdokumentation. Efter undersökningens genomförande transkriberas sedan diskussionerna för att användas som grund för analysen.

En ljudupptagning fångar endast upp den muntliga delen av kommunikationen – i en diskussion förekommer också andra kommunikationsformer, främst kan kroppsspråk tänkas vara av intresse. Detta skulle fångas vid en videoinspelning,

men en sådan måste betraktas som ett ännu större ingrepp i elevernas situation. Därtill bör forskaren kunna uppfatta de mer betydelsefulla förekomsterna av kroppsspråk på ett sätt som kan komplettera ljudupptagningen tillräckligt väl.

För den händelse att eleverna vill skriva ner något, anteckningar eller uträkningar, delas också kladdpapper ut, för att efter intervjun samlas in. Detta görs för att komplettera muntliga data, så att man i efterhand kan se hur eventuella uppställningar gjorts, eller mer vad eleverna talat om.

Urval

I det svenska skolväsendet möter alla elever matematik, men när de når gymnasiet sker en uppdelning där somliga elever möter mer matematik än andra. Denna uppdelning beror på vad eleverna studerar, och vanligen innefattar de yrkesförberedande programmen mindre matematik än de studieförberedande. I denna undersökning fokuseras eleverna på gymnasiets naturvetenskapliga program, eftersom dessa vanligen studerar störst mängd matematik och därmed kan anses vara av särskilt intresse. Men för att ändå innefatta en större mängd elever, läggs fokus på Matematik A-kursen, som alla elever läser, oavsett vilket program de valt. För att skolan ska vara så representativ som möjligt bör den vara åtminstone mellanstor, men i övrigt väljs skolan genom bekvämlighetsurval, enligt följande kriterier: den ska ligga inom rimligt resavstånd för forskaren, och den ska ha lärare som kan tänka sig att hjälpa till med studien samt elever som kan tänka sig att medverka. Således väljs en mellanstor gymnasieskola i södra Norrlands kustland.

Nästa urval handlar, av etiska skäl, om frivillighet. Eleverna i en klass tillfrågas om de kan tänka sig att medverka i studien, och väljs i samråd med läraren, som ombeds välja elever med genomsnittlig eller över genomsnittlig färdighet i matematikämnet. Detta kriterium anges för att studien syftar till att undersöka de bägge frågestrategiernas inverkan på diskussionsmöjligheterna, snarare än den inverkan elevers eventuella problem med ämnet medför. Ett ytterligare kriterium är att eleverna ska vara uppvuxna med det svenska språket. Detta kriterium ställs upp av två skäl - dels för att eleverna inom rimlig mån ska kunna företräda en så stor grupp som möjligt av svenska gymnasieelever, och dels då forskaren ska ha så stor möjlighet som möjligt att förstå och bearbeta diskussionen i efterhand. I var grupp ingår två tjejer och en kille, då elevernas lärare uppfattar detta som en bra gruppkonstellation och då detta är de elever som vill medverka. Det kan också vara av intresse att notera att de elever som väljs ut, tidigare har gått på olika grundskolor, och därmed kan ha fått ämnesområdena presenterade på olika sätt, men att de också behandlat ämnesområdena gemensamt i gymnasiet.

De bägge ämnesområden som ska behandlas väljs enligt följande kriterier: eleverna ska ha stiftat bekantskap med dem sedan tidigare, så att de kan diskutera såväl olika tankesätt som vardagserfarenheter. Därmed bör de ingå i den kurs eleverna studerar, eller nyligen studerat. De bägge ämnesområdena som väljs är bråkräkning samt procenträkning, områden som eleverna redan hunnit gå igenom och bearbeta, och som ingår som centrala moment i gymnasiets matematik A-kurs.

Genomförande

Eleverna tillfrågas under en matematiklektion om de vill medverka i undersökningen. De som ställer upp får därefter lämna lektionen, en grupp i taget, och gå med forskaren till ett närbeläget grupprum på skolan. För att undvika att eleverna ska behöva springa ut och in i lektionssalen upprepade gånger görs bägge försöken i turordning med grupp A först, varpå de får återgå till klassrummet. På motsvarande sätt hanteras också grupp B.

Innan undersökningen inleds, presenterar sig forskaren muntligen samt förklarar undersökningens syfte. De frågestrategier som ska prövas beskrivs och eleverna får veta att det är deras samtal som är av intresse, liksom att samtalet kommer att dokumenteras och analyseras. Eleverna får också veta att deras medverkan är anonym, vilka möjligheter de har att avbryta eller dra tillbaka sin medverkan, liksom de andra etiska överväganden som närmare presenteras under rubriken Etik. Därefter ställs bandspelaren fram, och eleverna ställs inför den första av frågestrategierna.

Varje försök inleds med att eleverna får ett papper med några olika frågor (se bilaga 1-4). Frågorna är utformade för att stämma överens med de frågestrategier som ska provas, samtidigt som frågorna som hör till en frågestrategi ska motsvara de frågor som hör till den andra frågestrategin. Därmed är förhoppningen att mäta endast frågestrategins inverkan på efterföljande diskussioner.

Efter att eleverna fått begrunda frågorna en liten stund presenteras också några nyckelord inom vardera ämnesområde (se bilaga 5-6). Dessa nyckelord motsvarar moment eller begrepp som av tradition ingår i gymnasiets Matematik A-kurs, och som eleverna därför tidigare ska ha stiftat bekantskap med. Nyckelorden ges ut som en påminnelse om detaljer i ämnesområdet, och därmed som ett stöd för diskussionen.

Utöver papperet med frågorna och det med nyckelorden delas också det kladdpapper som skulle utgöra en del av dokumentationen ut.

För att inte påverka elevernas diskussion i alltför stor utsträckning, begränsas forskarens roll i denna. Forskaren tillåts att svara på frågor. Om elevernas diskussion går i stå får forskaren också ställa frågor, men endast sådana som motsvarar den frågestrategi som för tillfället prövas. Inledande frågor kan alltså vara i stort sett muntliga varianter av de skrivna frågorna i bilagorna 1-4. För den händelse att diskussionen går vidare men sedan avstannar, kan forskarens frågor bli mer uppmuntrande eller utmanande, i syfte att få eleverna att utveckla resonemanget. Dessutom kan forskaren om eleverna inte förstår uppgiften ge exempel på hur frågestrategin kan tolkas.

Diskussionsanalys

Den tidigare forskning som gjorts då det gäller matematik och kommunikation omfattar bland annat elevers problemlösningstrategier och olika sätt att kommunicera. Denna studie använder sig av begrepp som förekommit inom bägge dessa områden. För analysen av de diskussioner som följer på de bägge frågestrategierna kommer följande tre analysverktyg att användas.

Problemlösningstrategier

En frågestrategi behöver inte nödvändigtvis motsvara en uppgift som kräver problemlösning – en frågestrategi såsom att be eleverna reflektera över när de stöter på ett matematiskt fenomen i sitt vardagsliv innehåller inte ett problem av den typ som man oftast menar då man talar om matematisk problemlösning, men det är möjligt att eleverna själva formulerar problem att försöka lösa med den frågestrategin som utgångspunkt. Därför kan det vara intressant att se hur man kan klassificera problemlösningssituationer. Bland annat beskriver Polya (1990) fyra faser av problemlösning – att förstå problemet, att utforma en plan för att lösa det, att genomföra planen och att jämföra resultatet mot det ursprungliga problemet. Dessa fyra faser utgör en metod att ta till då man behandlar problemlösningssituationer.

Unenge (1988) beskriver också några olika strategier elever kan ta till då de ställs inför problemlösningssituationer. Han talar om fem olika strategier: att genomföra problemet, att gissa, att fråga någon som vet mer, att lösa ett förenklat problem eller att härleda problemet till ett annat, känt problem. I klassrumssituationen är det svårt att genomföra problemet (att exempelvis köra bilen en viss sträcka för att se hur mycket bensin det går åt), och det går att se en viss likhet mellan förenklingsstrategin och att härleda problemet till ett känt problem. Därmed kommer elevernas diskussioner i denna studie att betraktas med tre av Unenges fem strategier i åtanke: gissande, frågande och härledande. Med *gissande* menas just att eleverna gör gissningar, baserat på tidigare erfarenheter eller uppskattningar. En skillnad mot Unenges användande av begreppet görs dock för den händelse att elevernas egenkonstruerade problem skulle bli av elementärt slag – om eleverna exempelvis gör överslagsbe-

räkningar eller ”bara vet” svaret, så betraktas det som ett antagande och kategoriseras därmed som gissning. Med *frågande* menas här att eleverna undersöker om någon annan kan hjälpa dem, eller att de söker stöd och bekräftelse hos varandra, och med *härledande* att eleverna utgår från kända situationer och egenskaper hos matematiska begrepp för att resonera sig fram till en lösning.

Zoner för klassrumsinteraktion

Emanuelsson (2001) talar om olika zoner för klassrumsinteraktion – han gör en indelning i en stoffzon, en konceptuell zon och en proceduriell zon. *Stoffzonen* innefattar sådana diskussioner då man talar om fakta utan att knyta det till någon djupare förståelse. Inom matematik kan man tänka sig att stoffzonen innefattar diskussioner om exempelvis formler eller begrepp man förväntas kunna. Den *konceptuella zonen* innefattar på ett annat sätt elevernas förståelse eller olika förståelser, medan frågor om rätt eller fel blir mindre framträdande. Frågan blir snarare hur eleverna förstår än om de förstår. Den *proceduriella zonen* innefattar diskussioner av mer allmänt slag om elevernas organisering – hur de ska betrakta eller behandla en uppgift, eller redovisa den. I denna studie kommer en diskussion om hur eleverna ska behandla frågestrategin att sorteras till den proceduriella zonen. Dessa tre zoner blir i denna studie ännu ett verktyg för att bedöma diskussionerna.

Elevernas lyssnande

I en diskussion är det inte bara talande som är betydelsefullt – också de lyssnande fyller en funktion i samtalet och är därmed betydelsefulla att studera. Därför kommer denna studie också att bedöma de lyssnande eleverna. Som en bakgrund till en sådan bedömning kan man betrakta de kategorier av lyssnande som Davis (1997) använder sig av för att bedöma lärarens lyssnande till sina elever. Han identifierar tre sådana kategorier: evaluative vilket innebär att läraren söker ett bestämt svar, interpretative som innebär att eleven får tillfälle att utveckla sina svar men utan att svaren påverkar den fortsatta kommunikationen, och hermeneutic vilket innebär att elevens svar tillåts påverka den fortsatta diskussionen. Då denna studie behandlar elevernas lyssnande på varandra, snarare än lärarens lyssnande, går kategorierna inte med enkelhet att tillämpa här. De kan dock användas för att konstruera egna kategorier. Här bortses från det lyssnande Davis kallar evaluative, eftersom detta inte fyller någon större funktion i en diskussion. Men översätter man interpretative och hermeneutic så kan två liknande kategoriseringar göras: en kategori där eleverna lyssnar till varandra utan att den talande tillåts föra diskussionen i nya riktningar, och en kategori där detta tillåts. Det är också möjligt att eleverna inte vill lyssna på varandra eller låta varandra utveckla sina tankar, vilket blir ytterligare en kategori för analysen. Därefter studeras vilken eller vilka grader av detta lyssnande som vardera elev i gruppen åtnjuter. De tre kategoriseringar som kommer att göras i denna studie är alltså följande:

1. Ickelyssnande – de övriga eleverna lyssnar inte till talaren.
2. Lyssnande – de övriga eleverna lyssnar till talaren, men denna tillåts inte leda samtalet.
3. Ledande – de övriga eleverna tillåter talaren att leda samtalet i nya riktningar.

Etik

För att säkerställa att ingen lider skada av denna undersökning följs de råd som ges i skriften Forskningsetiska principer inom humanistisk-samhällsvetenskaplig forskning (Vetenskapsrådet, 2002). Här räknas fyra huvudkrav upp: Informationskravet, samtyckeskravet, konfidentialitetskravet och nyttjandekravet. För att uppfylla det första av dessa krav, upplyses de elever som deltar i undersökningen om vad undersökningen går ut på, och att de, om så önskas, kan dra tillbaka sin medverkan. Kravet på samtycke kan därmed också betraktas som uppfyllt, då uppgiftslämnarna om de inte drar tillbaka sin medverkan kan antas samtycka till att medverka. Då undersökningen sker med gymnasieelever, torde de vara över 15 år och därmed sökes inte samtycke från föräldrarna. För att uppfylla konfidentialitetskravet lovar forskaren att inte sprida känsliga uppgifter såsom vem som sagt vad i undersökningen. Inga personuppgifter publiceras och eleverna anonymiseras genom att tilldelas en kod. Nyttjandekravet uppfylls också, då den information om enskilda som insamlas för denna undersökning inte används för andra ändamål än författandet av denna skrift, och inga beslut eller åtgärder som rör de medverkande lär bli aktuella. Skulle sådant bli aktuellt, så sker det givetvis endast med elevernas godkännande.

Definitioner

Frågestrategier betyder i detta arbete olika sätt att ställa frågor eller att ge elever arbetsuppgifter. En *fråga* riktad till eleven måste alltså inte nödvändigtvis vara av sådan form att man i skrift skulle sätta ett frågetecken efter den – frågan kan också ges i form av en uppmaning till eleverna att lösa en uppgift eller diskutera ur särskild synvinkel.

Metoddiskussion

Undersökningen är avgränsad till att endast omfatta två elevgrupper. Av denna begränsning kan generaliserbarheten anses ta skada. Går det att uttala sig om hur elever i allmänhet diskuterar beroende på vad för frågestrategi de ställs inför då man endast studerar två olika grupper? Å ena sidan är svaret nej, det är inte möjligt att uttala sig om ett genomsnitt av elever, varken i världen eller i svenska skolväsendet utifrån resultatet av denna studie. Å andra sidan måste man hålla i åtanke att dessa två grupper ändå utgör en delmängd, om än liten,

av Sveriges gymnasieskolors elever. Undersökningen kan därmed berätta om möjliga verkningar i diskussionerna som följer på de bägge frågestrategierna. Också de skillnader som framkommer mellan grupperna kan ge oss ledtrådar för att skissera upp ett bredare mönster – det blir inte orimligt att tro att elevgrupper som liknar de bägge grupperna i sammansättning vad gäller exempelvis förvärvade matematiska kunskaper och vana att diskutera skulle kunna föra liknande diskussioner. De skillnader i resultat vi finner mellan de bägge grupperna är således inte orimliga att föreställa sig också i en bredare elevgrupp. Därför menar jag att även om alldeles säkra generaliseringar inte kan göras utifrån denna studie, så kan den åtminstone vara ett belysande exempel och utgöra ett penseldrag i en större teckning. Liksom de bägge elevgrupperna utgör exempel i en större rymd av tänkbara grupper, kan också denna undersökning utgöra ett exempel på resultat i matematikdidaktikens bredare forskningsfält.

Man kan också fråga sig hur stor inverkan forskarens närvaro haft på eleverna. Ett i viss grad förekommande problem är, som framgår i resultatdelen, att eleverna ställde frågor snarare till forskaren än till varandra, och att undersökningen därigenom blev lidande. Det är alltså möjligt att resultatet av undersökningen skulle ha varit ett annat om forskaren lämnat elevgrupperna under diskussionen. Kanske skulle diskussionen ha varit mer avslappnad och med Barnes ordval sonderande? Kanske skulle diskussionen inte ha uppkommit alls? Om detta vet vi inget utan ytterligare forskning. Att forskaren ändå var närvarande under diskussionernas gång var i syfte att erbjuda eleverna det stöd Barnes talar om. Han identifierar sonderande och redigerat tal, och finner att elever oftare talar på ett redigerat vis inför läraren (eller i detta fall forskaren), men också närvaron av en bandspelare påverkar eleverna på så vis. Även om det sonderande talet förespråkas som ett sätt för eleverna att bygga upp sin förståelse, så finner också Barnes fördelar i att medelst bandspelare eller lärares närvaro emellanåt uppmuntra eleverna att uttrycka sig på ett mer genomtänkt och redigerat vis. Av denna anledning, liksom de stora dokumentationsfördelar en bandspelare och observation innebär, vill jag hävda att forskarens närvaro var fördelaktig, om den ställs mot alternativet frånvaro.

En annan risk är att eleverna efter försök 1 vant sig att tänka i banor av den första frågestrategin de mött, och därför inte helt kan släppa den då de övergår till nästa frågestrategi i försök 2. Detta problem framgår vid grupp A:s sista försök. På så vis kan ordningen mellan frågestrategierna vara av betydelse. Här framgår också fördelen med forskarens närvaro, då möjlighet fanns att med frågor tydliggöra frågestrategin, i enlighet med de principer som redogjorts under rubriken Genomförande.

Resultat

Undersökningens resultat presenteras här nedan med varje grupps diskussion för sig. Varje diskussion beskrivs med stycken ur transkriptionerna samt forskarens beskrivningar, för att läsaren ska kunna skapa sig en uppfattning om hur diskussionerna låtit. För att särskilja eleverna används en indexeringsmetod där eleverna anonymiseras – eleverna i grupp A benämns A1, A2 och A3, och eleverna i grupp B benämns B1, B2 och B3.

Försök 1 – Grupp A – Bråkräkning, egna erfarenheter

Då grupp A får frågan vilka erfarenheter de har av bråkräkning, tycks eleverna till en början en aning osäkra. De nämner kilopris och en släktskap med procenträkning, men kan inte utveckla dessa tankar. Elev A3 kommer på ett exempel där en klass ska delas in i fem grupper, och generaliserar snart detta till att bråkräkning är användbart vid gruppindelningar, men ingen av de övriga eleverna tycks känna igen sig i denna situation.

Elev A3: Om man ska dela in exempel en klass kan man ju säga två femtedelar går dit och sen räknar man hur många det är. Om man ska dela upp grupper då kan man ju ha användning av det

[Tystnad]

Forskaren: Kan ni komma på några ... mer exempel?

Elev A1: Jag har ju liksom inga, jag brukar inte använda bråkräkning, mer än matteboken.

Eleverna får därpå se de nyckelord som på förhand sammanställts för att ge dem fokus i diskussionen, och elev A1 upprepar sitt exempel med kilopris utan att utveckla hur bråkräkningen används.

Elev A1: Jag vet inte, kanske när man är ute och handlar och typ, här är ett kilopris så gör man kanske en liten överslagsräkning ... [svårt att höra] ... hur mycket man vill ha ut, eller, eller hur mycket man måste betala, och då kan det ju, ja

Elev A3: Ja, tycker nog som [elev A1] jag.

Elev A2: Mm, just bråk tycker inte jag man använder så jättemycket liksom.

Efter ytterligare en stund av tystnad ger forskaren ett exempel ur sin egen vardag för att hjälpa eleverna vidare: exemplet handlar om hur man kan räkna då man simmar ett antal längder i en simbassäng, och hur man kan räkna i bråk-

tal för att se hur lång del av hela sträckan man hunnit. Här gör elev A1 ännu ett försök att komma på egna exempel, men utan att någon av de andra eleverna i gruppen instämmer.

*Elev A1: Jaa... så kan man ju göra. Jo, men det har du rätt i, för att, ibland så går man ju [ohörbart] Ja, nu har det gått femtio minuter, nu är det en fjärdedel kvar, ja...
[instämmande] Det är väl det mesta jag använder bråkräkning till, tror jag.*

Då ingen kommer på några fler exempel, avslutas sedan försöket med grupp A.

Försök 1 – Grupp B – Bråkräkning, olika tankesätt

Grupp B ställs inför den motsatta frågestrategin, och ombeds tala om vilka olika tankesätt de använder sig av då de hanterar bråkräkning. Den initiala reaktionen är viss överraskning och vilshenhet, och de söker ledtrådar från frågeställaren på hur de ska gå vidare.

*Elev B1: Ah, gud vad svårt.
Elev B2: Man får väl väl tänka logiskt.
Elev B1: Ja men det är ju ... jag vet ju knappt hur jag själv tänker.*

Efter att också grupp B fått se de nyckelord som kan fokusera deras tankar, beslutar de sig för att försöka sig på förkortning av bråktal. Elev B2 skriver talet $\frac{12}{16}$ och elev B1 tar vid för att förklara hur hon tänker då hon löser talet.

*Elev B1: Då är det ju bara... då... [tänker efter] Vet inte om man ska gå den lätta vägen eller den jobbiga vägen. Jamen om man ska dela med, från början delar jag med, med, att man delar med två hela tiden men man kan ju dela med större ...
[Elev B2 instämmer]
Elev B1: [fortsätter] ... också. Men det är ju, ja jag tycker det är bäst att hitta den största, fyra, är det väl?
[Elev B2 instämmer]
Elev B3: Ja om det inte finns nån annan ... eller?
Elev B1 och elev B2: Mm
Elev B1: Så det är bara att dela.*

Elev B1 ser alltså två olika möjligheter för att förkorta bråk – antingen söker hon först efter största gemensamma delare, eller så förkortar hon i mindre steg. Hon och elev B2 är överens om att den första metoden är den bättre, men för-

söker inte argumentera för detta – kanske för att inte heller elev B3 har några invändningar även om hon ifrågasätter huruvida 4 är den största gemensamma delaren. Denna fråga verkar varken elev B1 eller elev B2 måna om att reda ut. Då eleverna går vidare för att genomföra förkortningen, skjuter forskaren in frågan varför det är enklare. Här är det elev B3 som svarar snabbast genom att påpeka att det går snabbare att omedelbart dela med ett så stort tal som möjligt. Hon får hastigt medhåll av de bägge andra, och elev B1 tillägger också att risken för felräkning minskar ju färre steg man tar. Också detta instämmer elev B2 snabbt i, och elev B3 är tyst.

Då denna konsensus är uppnådd tystnar gruppen en stund, varpå elev B1 åter vänder sig till forskaren med frågan om detta var vad som efterfrågades. Då endast ett exempel på olika tankesätt förekommit, ber forskaren gruppen om fler exempel med utgångspunkt i de olika begrepp som givits eleverna – de talar om multiplikation och division av bråktal och åter är det elev B2 som ger ett exempel:

Elev B2: Typ tre femtedelar gånger fyra sjättedelar eller nåt.

Elev B1 griper pennan och skriver ner talet, varpå elev B2 tycks minnas vilka regler som gäller för att multiplicera bråktal.

Elev B2: Då, ja, just ja, då gångrar man båda va?

Elev B1: Ja, men då kan man ju förkorta. Det är lättare...

[stryker 3:an skriver dit 1, och stryker 6:an skriver in 2]

Elev B1: Om man delar det med det, i alla fall, då blir det ju fyra ... säg inte att det blir fel nu. [skrattar till] Å gud vad pinsamt... nej, men det är lättare, om man förkorta...

*[Uträkningen blir $\frac{3}{5} * \frac{4}{6} = \frac{4}{10}$]*

Elev B3: Mm, förkorta först och sen gångrar man

Här syns ännu ett exempel på att eleverna väljer mellan två olika metoder för att komma fram till rätt svar, men inte heller här förekommer någon större diskussion kring vilken av metoderna som ska användas eller om de har olika för- eller nackdelar. Med exemplet löst går eleverna raskt vidare till att behandla division av bråktal. Här blir det elev B3 som påminner sig om den föreskrivna metoden:

Elev B3: Var det inte då man gångrar i kors?

*Elev B1: [Skrattar till] Gångrar i kors. Jo, vänta. Och så är det... vi tar samma exempel. [Skriver $\frac{3}{5} / \frac{4}{6}$] Sådär. Då tar man... [Skriver $\frac{3}{5} * \frac{6}{4}$] Jamen, sådär.*

Ingen av eleverna föreslår några andra metoder och elev B1 fortsätter hastigt att försöka räkna ut detta. Hon inser snart att det är svårt att förkorta denna uppställning på samma sätt som de gjort med föregående tal, och kommer istället fram till svaret 18/20.

Därefter går eleverna snabbt vidare till nästa begrepp – subtraktion, och beslutar sig för att genomföra en sådan också. Elev B2 ger ett förslag och skriver ner subtraktionen $\frac{5}{7} - \frac{3}{8}$. Här har eleverna metoden om än inte begreppen klar för sig:

*Elev B1: Jaa, men då är det ju, måste man leta efter minsta.
Elev B2: Jaa
Elev B1: Eh..
Elev B2: Minsta?
Elev B1: Ja, men minsta ... [tystnar]
Elev B2: Jaa
Elev B3: Det där minns inte jag.*

Elev B1 och elev B2 kommer genom prövande huvudräkning fram till att ”det minsta” är talet 56, och börjar arbeta med den första delen av uträkningen: att förlänga 5/7 till 40/56, varpå de förlänger 3/8 till 21/56. Här efter uppstår ett frågetecken då elev B2 vill förkorta bägge bråken med sju, medan elev B1 förespråkar en annan metod.

*Elev B2: Dela i sju, kan man ju göra.
Elev B1: Va? [kort paus] Jo, men kanske är lättare att ta minus först.
Elev B2: Ja... vadå minus? [Tycks förstå] Ja jo, okej...
Elev B1: [Skrattar till] Ja men gör klart talet, sen förkorta.
[Skriver $\frac{19}{56}$]*

Här uttrycker elev B2 en viss förvåning över att det inte längre är möjligt att förkorta bråket med 7, vilket han tidigare trott vara möjligt, och eleverna vänder sig därefter åter mot forskaren som upprepar frågan om eleverna använder sig av olika sätt att tänka kring de gjorda uträkningarna. Här kopplar eleverna sitt svar till den senaste uträkningen och elev B2 konstaterar att

Elev B2: Ehm, jag var lite sugen på att förkorta först, men det var ju lite dumt.

Elev B1: [Skrattar till] Det var lite dumt. Ja, men då blir det väl fel om du förkortar i det läget?

Elev B3: Jaa

Därpå uttrycker elev B3 och elev B2 några ”men”, fastän i mumlande form som inte orsakar någon vidare diskussion. Istället riktar forskaren elevernas uppmärksamhet tillbaka till divisionsuträkningen, där eleverna använt korsvis multiplikation. Här tycks eleverna överens om att det är det enda sätt de fått lära sig för att lösa division av bråktalet, och att det är en ganska enkel metod. Vid den mer allmänna frågan om det finns någon metod som är bättre eller sämre, svarar elev B2 att det beror på vad man själv är bekväm med. Elev B1 utvecklar svaret med resonemanget att det beror på hur snabbtänkt man är, och elev B3 hänvisar till sökandet efter enklaste bråkform (även om hon kallar det minsta gemensamma nämnare). Elev B1 håller med:

Elev B1: Det kan ju vara bättre för en själv att dela med två sådär, men det går ju allmänt mycket snabbare om man kan hitta något större.

Elev B3: Mm. Men det är väl ändå större risk att det blir fel nästans...

Elev B1: Jaa

Elev B3: ... när man delar med två hela tiden.

I och med att eleverna här är överens och inte tycks ha mer att säga om olika tankesätt då det gäller att hantera bråktalet, avslutas här försöket 1 med grupp B.

Försök 2 – Grupp A – Procenträkning, olika tankesätt

Då eleverna i grupp A ställs inför försök 2 och frågan olika tankesätt då de hanterar procenträkning, uttrycker de inledningsvis tveksamhet. Elev A3 menar att ”Det är en bra fråga”, elev A1 verkar osäker på hur frågan ska tolkas, medan elev A2 inleder med ett exempel.

Elev A2: Till exempel man ska köpa nånting och så är det rea på nån viss procent eller nånting, då är det typ: om det är trettio procent så är det trettio kronor på varje hundralapp, och så får man på ett ungefär liksom.

Därmed kommer också elev A3 på ett exempel:

Elev A3: Det handlar väl också om att kunna använda förändringsfaktorn... [elev A2 instämmer] ... fast det är ju svårare för då kan man inte räkna ut i huvudet.

De bägge andra eleverna instämmer och elev A1 påpekar att det kan vara klumpigt eller svårt att ha miniräknare ständigt i närheten. Elev A2 menar att förändringsfaktorn används mest när man ”räknar i boken”.

Därefter får eleverna som stöd för sina tankar se de nyckelord inom procenträkning som sammanställts, men dessa väcker inte omedelbart några nya tankar hos eleverna, som fortsätter fundera över de två metoder de redan nämnt: att räkna ”per hundralapp” och att räkna med förändringsfaktor. De uppvisar inget större intresse av att gå djupare in på dessa olika tankesätt, och slutligen drar sig elev A3 till minnes en metod där man räknar med delen genom det hela också. Hon verkar dock lite osäker, och ingen av de andra eleverna varken ifrågasätter eller instämmer i tanken, varpå hon verkar vilja släppa den. Här kliver forskaren in och ber eleverna att utveckla sitt resonemang, genom att fråga om de kan utveckla exempel. Eleverna tycks här påverkade av föregående försök och talar om tillfällen då de stöter på procenträkning – i vardagslivet handlar det mest om reor, och då är det oftast enkla procentsatser (halva priset), och annars är det i matematikboken de stöter på procentbegreppet. Elev A1 menar att det kan vara bra att kunna kontrollräkna också, då butikerna inte alltid faktiskt drar av den procentsats de påstår sig göra.

Därpå får eleverna frågan om de har olika uppfattningar om hur de räknar procent. Elev A3 svarar jakande och menar att de lärt sig olika sätt. Elev A1 fortsätter och förklarar att de haft olika lärare, och att det de gått igenom nyligen på gymnasiet inte är detsamma som vad de gått igenom på grundskolan. Han menar att de arbetat mer med förändringsfaktor nyligen, men kan inte precisera hur detta skiljer sig mot vad de gick igenom på grundskolan. Elev A2 tar upp tråden.

Elev A2: Och så skriver han mycket så här gånger, alltså [svårt att höra] i decimaltal, alltså så fick man ut ... hur mycket det blev.

Elev A1: Ja, men är inte det förändringsfaktorn då?

Elev A2: Neej[tveksamt], det är det väl inte?

Elev A1: Om du tar hundra kronor gånger 0,9, alltså nittio procent, då blir det ju 90.

Elev A2 utvecklar sitt resonemang med ett exempel: om ett pris ska öka med 30%, så har hon tidigare räknat ut ökningen först och sedan lagt detta till ursprungspriset ($x * 0,3 + x$), medan de numera lärts att istället räkna $x * 1,3$.

Hon framhåller att detta innebär ett moment mindre, men elev A1 menar att ”det är ju ungefär samma sak ... ändå.” Mot detta har ingen av de andra några invändningar, och därmed tycks han sätta punkt för diskussionen.

Frågan vilken metod som fungerar bäst för eleverna tolkar elev A1 en aning och menar att miniräknare är bästa sättet att arbeta med procenträkning. Elev A3 tycker att det inte bara är positivt att använda miniräknare, medan elev A2 anser att det är en bra metod med miniräknaren, eftersom ”Det är ändå själva metoden man vill åt.”

Forskaren fortsätter därpå att försöka leda eleverna på rätt spår genom att fråga om det är enklare att förstå någon metod, med exemplet om $1,3 \cdot x$ är bättre än $0,3x+x$. Här svarar elev A1 och elev A2 jakande, medan elev A3 förblir tyst.

Efter en lång paus försöker forskaren sammanfatta de olika metoder eleverna räknat upp – han nämner förändringsfaktor, överslagsräkning där 30% rea innebär 30 kr per hel hundralapp, och den längre metoden med överslagsräkning där man vid 30% ökning räknar $0,3x+x$. Därpå gör elev A3 ännu ett försök att lyfta sin tanke på att man räknar delen genom det hela, och denna gång nappar elev A2 och utvecklar tanken, att man gör så ”för att få reda på hur mycket”. Elev A1 tar vid: ”Det är hur mycket det har stigit väl? Eller sjunkit.” Eftersom viss osäkerhet tycks råda bland eleverna, uppmanas de att testa sina tankar.

Elev A3: Ska vi testa delen genom det hela eller?

Elev A1: Ja, vi, vi kör på att vi hade ... kostade femtio från början och så ... så gör vi så där. [Skriver $\frac{80}{50}$]

Elev A2: Hur då?

Elev A1: Nya delat i gamla liksom

Elev A2: Skillnaden delat med vad det var från början, är det väl?

Elev A1: Ja det beror väl, ja det blir det.

Elev A2: [avbryter] Så det är ju trettio ... [otydligt]

Elev A1: [avbryter] Trettio? Det är femtio.

Elev A1: Ja då får vi räkna så får vi se ...

[Skriver $\frac{30}{50}=0,6$]

Elev A3: Sextio procent ... [svårt att höra]

Elev A1: Jaa, det är ju sextio procent ökning ...

Med detta test av att räkna delen genom det hela, tycks eleverna ganska nöjda. De utvecklar inte hur de byggt upp sitt exempel och därmed tycks samtalet vara över, varför forskaren tackar för tiden och avbryter undersökningen med grupp A.

Försök 2 – Grupp B – Procenträkning, egna erfarenheter

Omedelbart då försöket presenterats för eleverna ger de varsitt exempel på en situation där de möter procentbegreppet i sin vardag.

Elev B3: Det är ju typ i affärer och sånt.

Elev B1: Ja men precis, i affärer, när det är rea, om det står nånting, då kan man ju behöva räkna ut det, om dom inte har prislappen. Men... jaa, det... Alltså oftast ser man ju mycket så här procentsiffror men man räknar ju inte... man, man, man bryr sig ju inte riktigt om vad det innebär om man ser att nånting har gått upp med två procent, då sitter man ju inte och räknar på det precis.

Elev B2: Jag är grymt hockey- och statistikintresserad så jag stöter på det ganska mycket där också. Procent.

Elev B1: Räddningsprocenten.

Elev B2: Precis.

Därpå frågar forskaren om eleverna kan utveckla dessa exempel, och får följande respons:

*Elev B1: Ja men på, när det är rea, då kan det ju vara en, ett par byxor som kostar fyrahundra, och så är det tjugofem procents rea, och då... är det ju automatiskt sänkt en fjärdedel, tänker jag, så då blir det att den kostar trehundra.
[Skriver 400 25% 300]*

Elev B2: Ja.

Elev B1: Det var väl ett exempel? Sen är det du som har på statistik.

Elev B2: Ja. Ja men, då om man säger att en målvakt typ, har räddat, ja nittiotvå procent av alla skott, vilket är ganska bra då, ja, liksom, tänker man: ja då kanske han har fått tjugosju skott på sig på en match, och släppt in två, tänker man att, jaa...

Elev B1: [skrattar till] Hur räknar man ut det då?

Elev B2: Det ...

Elev B1: [sticker in] vet jag inte

Elev B2: [fortsätter] räknar man, man, tar antalet räddade skott delat i antalet totala skott han har fått på sig.

Därpå presenterar forskaren de nyckelord som radats upp med anknytning till procenträkning, och eleverna börjar påminna varandra om dessa. Index menar de att de inte tagit upp, och procentenheter påminner de sig är något annat än procent, utan att använda något formellt matematikspråk.

Elev B2: Eller alltså, hur var det som? Det var ju skillnad på att öka med en procent och att gå upp en procentenhet.

Elev B1: Ja. Om det har varit på en procent och så minskar det noll komma fem procentenheter, det var väl nåt sånt?

Elev B2: Ja, precis. Då var det...

Efter en stunds diskussion återför forskaren eleverna till ämnet egna erfarenheter, och elev B1 menar att hon inte direkt ofta behöver räkna procent eftersom hon inte intresserar sig för statistik. Visst möter hon det på rea och på nyheter, men då handlar det sällan om att hon behöver göra beräkningar.

Elev B1: [Skrattar till] Jo, men det beror ju på, om man är intresserad av statistik, då mås... då måste man ju kunna sånt där, men... jag är inte så intresserad av sånt, så jag, ja... jag stöter bara på dom som är, ja i affärer eller om det är, ser på nyheter eller nånting. Så jag behöver inte riktigt...

Elev B2: Och så kan det ju vara i mat också, typ om det är... fett eller nånting.

Elev B1: Jaa, sånt höll jag på med förut när jag tränade, men det... orkar jag inte med. [Paus] Så det.. [mummel, svårt att höra]. Har du något inom typ häst och sånt? [till elev B3]

Elev B3: Nae... Rea på ridbyxor. [Elev B1 och elev B3 skrattar till] Inte direkt mycket statistik där... Poängtränande. [Mumlar] Jag stöter inte på så jättemycket. Förutom det du sa, typ.

Eleverna fortsätter diskussionen om rea-situationer, och konstaterar åter att uträkningarna där ofta blir väldigt enkla – man kan i de flesta fall göra uträkningarna utan hjälpmedel eller större tankemöda. När det gäller hockey och procenträkning gissar elev B1 och elev B3 att det kan bli mer komplicerade uträkningar och att man kan behöva använda miniräknare, vilket elev B2 instämmer i. Han berättar att han själv är hockeymålvakt och brukar räkna på sin egen räddningsprocent:

Elev B2: Nej alltså, då tar jag ju antalet skott jag har räddat delat i antalet skott jag fått på mig totalt.

Elev B1: Och sen springer han runt och skryter med det.

Elev B2: Ja.

Därpå tycks ämnet uttömt. Elev B2 kommer inte på fler exempel, elev B1 tycker att hon pratat tillräckligt och elev B3 menar sig inte komma ihåg så mycket av räknandet så hon vill helst vara tyst. Därmed avslutas undersökningen.

Analys och diskussion

I denna del av uppsatsen följer en analys av de diskussioner som beskrivits i resultatet. För analysen används de analysverktyg som beskrivits i metodkapitlet under rubriken Diskussionsanalys, och på analysen följer tolkningar. Därefter följer en diskussion där förklaringar och tolkningar görs, och analysens slutsatser kopplas samman med tidigare forskning. Slutligen vill jag också lyfta fram närbesläktade frågor som denna undersökning inte besvarar och därmed ge förslag på vidare forskning.

Problemlösningstrategier

Vid försök 1 formulerar ingen av grupperna några problem. Däremot kan man konstatera att grupp B utvecklar exempel och hanterar en rad beräkningar, varför det ändå kan vara av intresse att jämföra deras metoder mot de problemlösningstrategier som nämns i avsnittet Diskussionsanalys. Det framgår då att samtliga elever söker kamraternas stöd för sina funderingar, men också att elev B1 och B2 gör antaganden, gissningar, utan att söka sådant stöd, och utan att utveckla hur de kommer fram till de svar de når.

I försök 2 formulerar däremot eleverna i grupp A ett problem. Det blir tydligt att elev A1 inte ställer några frågor, utan istället formulerar påståenden. Då inga försök görs att motivera eller kontrollera dessa, kan de klassificeras som antaganden, gissningar. Elev A2 ställer frågor, delvis som ifrågasättanden av elev A1 men möjligen också för att få bekräftelse på sina egna tankar. Elev A3 deltar inte i problemlösningen annat än genom att föreslå den, och att sammanfatta resultatet av den.

Grupp B har i försök 2 inte utvecklat särskilt många problem av någon mer omfattande grad – ett exempel där man ska beräkna 25% av 400 kr och ett exempel med en hockeymålvakts räddningsprocent på 92%, vilket ska översättas till tal. Det första exemplet löser elev B1 med huvudräkning samtidigt som hon antecknar det, och det andra exemplet utvecklas till att målvakten fått 27 skott på sig och släppt in 2 – en uträkning som ger ett procenttal på närmare 93% än 92, men som ändå får sägas vara tämligen nära. Huruvida elev B2 gjort en överslagsräkning i huvudet eller tagit exemplet ur minnet är svårt att avgöra. Med de olika problemlösningstrategierna i åtanke, får bägge exemplen betraktas som gissande – inga försök görs att bevisa påståendena (vilket kanske kan anses överflödigt) och varken elev B1 eller elev B2 söker någon bekräftelse från sina kamrater.

Med ovanstående genomgång kan man konstruera följande översiktstabell:

Tabell 2: Översikt över använda problemlösningstrategier

	Grupp A	Grupp B
Försök 1 – Bråkräkning	Egna erfarenheter -	Olika tankesätt Elev B1 – Frågande, gissande Elev B2 – Frågande, gissande Elev B3 – Frågande
Försök 2 – Procenträkning	Olika tankesätt Elev A1 – Gissande Elev A2 – Frågande Elev A3 –	Egna erfarenheter Elev B1 – Gissande Elev B2 – Gissande Elev B3 –

Det framgår här en skillnad mellan grupp A och B, i det att grupp B tycks mer benägen att formulera exempel, vilka kan betraktas som enkla former av problem. Med det i åtanke kan vi studera skillnaderna mellan de bägge frågestrategierna. En första skillnad att lägga märke till är att frågan om de egna erfarenheterna tycks bidra till att färre elever engageras i problemlösning. Detta kan enligt ovanstående undersökning förklaras genom att färre problem formuleras. Det man också kan notera är att det tycks vanligare med frågande då eleverna diskuterar olika tankesätt, kanske för att de då vill stämna av sina idéer mot andra. Då eleverna diskuterar egna erfarenheter, handlar problemformuleringen snarare om att de återskapar ett problem från sin vardag och informerar om hur detta lösts. Särskilt tydlig blir skillnaden inom grupp B, mellan försök ett och två, då samtliga elever använder sig av frågande vid det första försöket och ingen i det andra försöket. En annan tydlig skillnad framgår mellan de bägge försöken inom grupp A, där eleverna då de skulle diskutera egna erfarenheter inte alls formulerade några problem eller exempel, medan de i försök 2 då de diskuterade olika tankesätt formulerade ett exempel.

Med ovanstående i åtanke tycks det alltså tydligt att eleverna i större utsträckning söker stöd från sina kamrater då de ombeds diskutera olika tankesätt än då de ombeds tala om egna erfarenheter. En förklaring till detta kan vara den förra frågestrategin tycks uppmuntra eleverna att formulera egna exempel i större utsträckning än den senare. Exempelen tycks också ta en aning annan form – då eleverna talar om vardagserfarenheter, blir exemplen matematiskt enklare eller mer välbekanta, varför ett faktiskt räknande blir mindre nödvändigt. Detta medför också att behovet av att söka kamraternas stöd, eller att kontrollera att de kan följa ens tankebanor, minskar.

Zoner för klassrumsinteraktion

Under försök 1 talar grupp A inte om några matematiska fenomen, utan försöker endast finna situationer där bråkräkning används. Därmed kan det knappast påstås att de talar om vare sig den egna förståelsen för fenomenet

bråkräkning eller de metoder de använder för att hantera bråkräkning. De håller sig till fakta – i den och den situationen kan bråkräkning vara användbart. Således rör sig diskussionen endast inom stoffzonen.

Hos grupp B finns flera exempel på hur elevernas diskussion rör sig inom stoffzonen genom att diskutera huvudsakligen fakta. Särskilt tydligt är detta då de talar om division av bråktal, där de istället multiplicerar med inversen av det bråk som stått som nämnare. Detta är den metod de "... har blivit hjärntvättade med", för att använda elev B1s ord. På samma sätt möter man också meningar i stil med elev B2s "Hur gör man då, det har jag glömt bort?", där det bara är metoden som eftersöks, ingen djupare förståelse. Men det är svårt att avgöra om eleverna förstår vad de gör när de väl dragit sig till minnes metoden. Av diskussioner i den konceptuella zonen ser vi mindre – eleverna diskuterar inte sin förståelse för vare sig matematiska begrepp eller sina olika metoder. Inte heller ser vi särskilt många exempel på att diskussionen rör sig i den proceduriella zonen – man kan möjligen räkna en inledande fråga om vad de förväntas göra, men denna riktas snarare mot forskaren än till gruppen. Likaså beslutet att förkorta talet $12/16$, men detta är mindre en diskussion än en uppmaning från en av eleverna, och således inget som de tycks känna ett behov av att diskutera.

I försök 2 rör sig grupp A fortfarande till stor del inom stoffzonen. I de fall eleverna diskuterar lösningsmetoder, handlar det endast om att de drar sig till minnes vilka metoder de tidigare har arbetat med. Man talar inte överhuvudtaget om sin förståelse för de olika metoderna, och rör sig alltså knappt alls inom den konceptuella zonen. Inte heller talar man om hur man ska organisera sig eller sin diskussion, och rör sig därmed inte inom den proceduriella zonen.

Detsamma kan sägas om grupp B, som talar om i vilka situationer procentbegreppet förekommer och hur det används. Däremot talar eleverna inte alls om sin förståelse för varken procentbegreppet eller de uppkomna situationerna, och behandlar alltså inte den konceptuella zonen. Inte heller den proceduriella zonen berörs i någon större utsträckning.

Efter denna genomgång kan man konstruera följande översiktstabell:

Tabell 3: Översikt över zoner för klassrumsinteraktion

	Grupp A	Grupp B
Försök 1 – Bråkräkning	Egna erfarenheter Stoffzonen	Olika tankesätt Stoffzonen
Försök 2 – Procenträkning	Olika tankesätt Stoffzonen	Egna erfarenheter Stoffzonen

Det går alltså inte att se någon kvalitativ skillnad mellan elevernas diskussioner vid de olika frågestrategierna om man använder sig av dessa zoner av klassrumsinteraktion som analysverktyg.

Elevernas lyssnande

I första försöket är det tydligt att elev A1 är den mest drivande i grupp A, och de andra eleverna lyssnar till honom. Dock är det sällan någon av dem som tar upp de samtalstrådar han lägger fram, och därmed tillåts han inte att föra samtalet i nya riktningar. Motsvarande kan också sägas om de övriga eleverna i grupp A, som också åtnjuter lyssnande, men inte får leda samtalet.

I grupp B är det elev B1 och B2 som är mest drivande i diskussionen, och de bägge åtnjuter den högsta graden av lyssnande från sina kamrater. De försäkrar sig om att de övriga såväl lyssnar på dem som att de kan driva diskussionen vidare i nya riktningar. Exempel på detta är när elev B1 i början av diskussionen föreslår att ”Vi, vi, vi, vi förkortar nånting” eller när elev B2 erbjuder sig att ge ett exempel att räkna på när de ska tala om subtraktion av bråktalet ”Nej men typ, ska vi ta fem ... [skriver] sjundedelar minus ... ja, vad kan vi ta? Tre åttondelar kanske.” Men det finns också exempel där framför allt elev B1 inte vill låta elev B2 gå vidare med sitt resonemang, exempelvis där han föreslår att man ska förkorta $40/56 - 21/56$ med sju vardera. Elev B1 medger att ”Jo, men kanske är lättare att ta minus först”. I somliga tillfällen åtnjuter således elev B2 bara ett lyssnande av grad två, där han tillåts tala och lyssnas på, men inte får utveckla sitt resonemang. Elev B3 som är mindre drivande åtnjuter i allmänhet ett lyssnande utan att hon får leda, och det är i stort sett bara vid ett tillfälle de övriga eleverna tillåter hennes ord att driva diskussionen åt ett annat håll: då hon drar sig till minnes att division av bråktalet väl innebär att man ”gångrar i kors”. Det finns också exempel i diskussionen då hennes inlägg inte släpps fram alls, alltså ett icke-lyssnande.

I försök 2 diskuterar även grupp A i större utsträckning. Börjar man att betrakta elev A1 så finner man att han tar sig ganska stort utrymme i diskussionen, och att de bägge andra eleverna lyssnar till honom och dessutom ofta låter hans kommentarer styra diskussionen i nya riktningar. Exempel på detta är lätta att finna: han inleder diskussionen om miniräknare som en bra metod att använda sig av, och han hävdar att metoderna $0,3x+x$ och $1,3x$ är ungefär samma sak, vilket bryter den riktning diskussionen annars skulle kunna ta. Betraktar man istället det lyssnande elev A2 åtnjuter, så är det betydligt mer varierande. Å ena sidan låter de övriga eleverna henne leda diskussionen då hon i elevernas sista exempel föreslår att de ska räkna skillnaden delat mot det ursprungliga, å andra sidan tystar elev A1 henne ganska snart då hon talar om skillnaden mellan olika sätt att använda förändringsfaktor. Elev A3 åtnjuter generellt också en hög grad

av lyssnande – ofta tillåts hennes ord att leda diskussionen åt nya håll. Exempelvis är det hon som först talar om att förändringsfaktorn kan vara svår att beräkna med huvudräkning, hon som talar om reor, där elev A1 tar vid, och hon som lyfter diskussionen om ”delen genom det hela”. Här kan man dock notera att första gången hon talar om detta, så tvekar hon själv och ingen av de andra eleverna hjälper henne. Andra gången hon tar upp det tycks hon en aning mer säker, och hennes ord utmynnar i konstruerandet av och beräkningarna av ett exempel. Sammanfattningsvis kan sägas att alla tre eleverna får åtnjuta en hög grad av lyssnande.

I grupp B är det elev B1 som är den mest drivande kraften i diskussionen och hon åtnjuter också den högsta graden av lyssnande. Hon tillåts leda samtalet så till den grad att hon också stundom tar på sig en slags ordföranderoll, där hon fördelar ordet till de andra. Exempel på detta är när hon vänder sig till elev B2 med orden ”Det var väl ett exempel? Sen är det du som har på statistik.” eller till elev B3 ”Har du något inom typ häst och sånt?”. Elev B2 tar också ett visst talutrymme, men han får sällan leda samtalet på samma sätt som elev B1. Därmed åtnjuter han lyssnande men får inte leda diskussionen under större delen av samtalet. Elev B3 är mest tystlåten av de tre. Hon tillåts styra in samtalet på ämnet att procentuträkningarna vid rea vanligen är väldigt enkla, men säger i övrigt inte särskilt mycket. Då hon talar lyssnar de andra dock oftast. Därmed kan följande översiktstabell konstrueras:

Tabell 4: Översikt över grader av lyssnande

	Grupp A	Grupp B
Försök 1 – Bråkräkning	Egna erfarenheter	Olika tankesätt
	Elev A1 – Lyssna	Elev B1 – Leda
	Elev A2 – Lyssna	Elev B2 – Leda / Lyssna
	Elev A3 – Lyssna	Elev B3 – Lyssna / Ej lyssna
Försök 2 – Procenträkning	Olika tankesätt	Egna erfarenheter
	Elev A1 – Leda	Elev B1 – Leda
	Elev A2 – Leda / Lyssna / Ej lyssna	Elev B2 – Lyssna
	Elev A3 – Leda / Lyssna	Elev B3 – Lyssna

Här är det på sin plats med ett förtydligande av språkbruket – benämningarna i tabellen ovan är förkortade för ökad läsbarhet. ”Leda” motsvarar vad som i metodavsnittet kallas ledande, ”Lyssna” motsvarar lyssnande och ”Ej lyssna” motsvarar ickelyssnande.

Först kan man notera hur grupp A i första försöket inte hade någon som ledde samtalet, vilket resulterade i ett inte särskilt givande samtal. Detta tycks vara en stor skillnad mot hur grupp A agerade i försök två, då samtliga elever tilläts föra samtalet åt de riktningar de önskade, även om elev A1 var den som främst förde samtalet. Grupp B å andra sidan uppvisade mindre skillnader mellan de olika försöken – de hade en viss variation mellan nivåerna av lyssnande i sitt första försök, och renodlade rollerna mer i försök två. Av skillnaden grupperna emellan kan man dra slutsatsen att gruppdynamiken är av stor betydelse för hur väl eleverna lyssnar till varandra.

Om man ändå försöker att se likheter och skillnader mellan gruppernas diskussion vid de olika frågestrategierna, så ser man att bägge grupperna uppvisar mer varierande grader av lyssnande då de talar om olika tankesätt än då de talar om vardagserfarenheter. När de talar om egna erfarenheter så är nivåerna jämnare och det framgår tydligare vem eller vilka som får leda samtalet. Här lyssnar de också till gruppkamraterna utan att avfärda varandras tankar. På så vis uppkommer en ordning och struktur, framför allt hos grupp B där en elev till och med tar på sig en slags ordföranderoll.

Då eleverna istället talar om olika tankesätt blir lyssnandet i diskussionerna mindre strukturerat och alla elever får större möjlighet att komma med inlägg som för samtalet åt olika håll. Samtalet blir på så vis mer involverande och livligt, men samtidigt är det också då denna frågestrategi används som grupperna visar tendenser att vid enstaka tillfällen inte lyssna på samtliga gruppmedlemmar. Grupp A avfärdar hastigt elev A2s idé om att det är skillnad mellan olika sätt att använda förändringsfaktorn, och grupp B ignorerar B3 då hon uttrycker en aning tvivel kring om de verkligen funnit den största gemensamma delaren.

Resultatdiskussion

Att formulera problem

En skillnad som framträder mellan de bägge frågestrategierna är att eleverna i större grad formulerar och diskuterar exempel då de ombeds tala om olika tankesätt än då de ombeds diskutera vardagserfarenheter. Detta stämmer väl överens med Riesbeck (2008) där man finner att elever som ska lösa uppgifter med vardagsanknytning lätt fastnar i en vardaglig diskurs. En möjlig förklaring till detta är att elever inte tänker i termer av matematik i någon större utsträckning utanför skolan. Kanske kan ett sådant antagande stärkas av några av de problemlösningstrategier Unenge (1988) talar om – en av de fem strategier han talar om är att genomföra problemet, en annan strategi är att gissa. I det vardagliga livet, menar han, kan dessa bägge användas med viss framgång fastän man i skolmatematiken inte uppmuntras att använda dem (det sätt jag betraktat gissningar i min analys skiljer sig alltså en aning från det sätt Unenge använt

sig av begreppet eftersom han talar om mer komplicerade matematiska problem än de relativt enkla problem, eller exempel, som eleverna konstruerar i sina diskussioner). Jag vill mena att denna elevernas svårighet att finna och behandla matematiska problem i vardagen inte bör avskräcka läraren – men man bör vara medveten om att eleverna behöver hjälp att synliggöra vardagens matematiska problem. Vid en jämförelse framstår det alltså som att det är mer givande att använda sig av en frågestrategi där man ber eleverna att diskutera sina olika tankesätt, om man vill uppmuntra dem att formulera problem. En tänkbar förklaring till detta är att denna frågestrategi mer tydligt rör skolmatematiken sådan som eleverna vant sig vid att betrakta den. Det finns gott om undersökningar som visar hur elever anpassar sig till vad de tror att läraren är ute efter (se exempelvis Barnes (1978) diskussion om sonderande respektive redigerat tal). Man ska dock minnas att varken den ena eller den andra frågestrategin i denna undersökning visat sig hjälpa eleverna att formulera problem av mer komplicerat slag där de behövde gå tillbaka till någon matematisk definition eller härledning för att lösa problemet. Kanske krävs det att läraren mer aktivt lägger sig i problemformuleringsprocessen för att nå en sådan nivå.

Om zonerna för klassrumsinteraktion

Som nästa analysverktyg används Emanuelssons (2001) zoner för klassrumsinteraktion. Här framträder inga skillnader mellan frågestrategierna – bägge grupper håller sig inom stoffzonen vid bägge försöken. Detta kan jämföras med Emanuelssons tankar kring skiften mellan zoner och kontexter. Han menar att en diskussion om ett läroobjekt kan skifta karaktär dels vertikalt, mellan zoner, genom frågor som "... öppnar för en analys av stoffet, eller en generalisering av flera stoff till en gemensam princip eller förklaringsmodell" (Emanuelsson, 2001, s. 61) eller horisontellt, där objektets "... inramning skiftar till följd av en fråga. Så kan t.ex. en matematisk modell som tidigare behandlats endast i en skolkontext genom en fråga förflyttas till ett annat sammanhang, t.ex. en situation eller tillämpning i vardagslivet." (Emanuelsson 2001:61). Betraktar man detta skulle man alltså kunna tro att den frågestrategi där eleverna ombeds att diskutera matematiska fenomen i sin vardag i mindre utsträckning skulle få dem att passera gränser mellan zoner, än den strategi där de ombeds diskutera olika tankesätt. För ett sådant antagande finner vi dock inte något stöd i denna studie. Kanske finns det andra frågestrategier som bättre lämpar sig att ställa elever inför om man önskar ge dem större möjligheter att passera gränser mellan zonerna? Kanske är frågestrategier av mindre betydelse, medan andra faktorer (elevernas vana vid matematiska diskussioner kunde vara en sådan faktor) är mer betydelsefulla? Kanske behövs en mer eller mindre omfattande lärarstyrning av diskussionen? Om detta är svårt att uttala sig med någon säkerhet utifrån denna undersökning.

Ordning och reda i samtalen

Som ett tredje led i analysen studeras i vilken grad eleverna lyssnar på varandra. Att eleverna i större utsträckning lyssnar till varandra och för ett mer strukturerat samtal när de diskuterar vardagserfarenheter har förmodligen sin förklaring i det faktum att vardagserfarenheter är personliga och har mindre karaktär av vara korrekta eller felaktiga. Därför blir det enklare för eleverna att tala i turordning utan att någon av gruppmedlemmarna finner något att ifrågasätta. Vid jämförelsen ser sig alltså samtalen om olika tankesätt som mindre strukturerade, men också som mer komplicerade och involverande. Men den skillnad jag vill lyfta fram särskilt här är den mellan grupperna, snarare än den mellan frågestrategierna. Det framgår i bägge försöken att grupp B för en mer utvecklad diskussion, vilket kan ha sin förklaring i att de har en tydligare ordning där en av eleverna i stort sett tar på sig en ordföranderoll i andra försöket. Det som framkommer i analysen är alltså inte bara en skillnad i diskussionsmöjligheter mellan de båda frågestrategierna, utan också betydelsen av vana vid organiserade diskussioner. Att diskutera matematik är inte nödvändigtvis en färdighet man behärskar utan övning.

Lärarens uppgift

Två av de använda analysverktygen – problemlösningstrategierna och zonerna för klassrumsinteraktion – uppvisar en likhet när de används för att analysera resultatet. Oavsett vilket av verktygen som används, finner vi att diskussionerna ligger på en förhållandevis enkel nivå. För att lösa problem gissar eleverna eller frågar varandra men de försöker aldrig att matematiskt härleda något. De diskuterar fakta, men inte sitt sätt att agera eller förstå. Betraktar man detta med en utgångspunkt i Piagets läroteorier (se exempelvis Piaget, 1968, eller Furth, 1977), så ser vi inget lärande i situationen – eleverna arbetar i undersökningen med ett ämnesstoff de redan bekantat sig med, och de kunskapscheman de sedan tidigare konstruerat utmanas inte. Möjligen kan elevernas scheman lyftas fram igen, men de varken utökas eller konstrueras om – det förekommer ingen assimilation eller ackommodation. På motsvarande sätt kan situationen också betraktas om man istället använder sig av Vygotskijs teori om den närmaste utvecklingszonen (se exempelvis Bråten, 1998). Eleverna besitter var för sig kanske inte riktigt samma kunskap som sina kamrater, och det är möjligt att de genom att ställa frågor till varandra gemensamt kan lösa problem som de inte skulle kunna på egen hand, men om de istället för att föra diskussionen med varandra samtalat med en lärare, skulle de förmodligen kunna hantera betydligt besvärligare exempel.

Frågan som följer på denna tanke är om förutsättningslösa elevdiskussioner egentligen är en meningsfull arbetsmetod? Kursplanen för gymnasiets kurs Matematik A slår fast att eleverna ska genomföra matematiska resonemang, muntligt och skriftligt (Skolverket, 2009), men kanske är det bättre för eleverna

att genomföra muntliga matematiska resonemang tillsammans med sin lärare än med sina klasskamrater? Jag tror att bägge arbetssätten har sina fördelar. En lärare kan leda och utmana elevernas tankebanor, vilket kan vara önskvärt – men en lärares närvaro kan också som Barnes (1978) visat hindra eleverna från att använda språket på ett sonderande vis. Således kan man vänta sig olika kvaliteter i samtalen beroende på i vilken utsträckning läraren bidrar. Det tredje analysverktyget – bedömningen av elevernas lyssnande, antyder också att det handlar om att lära sig samtala. Ur ett sociokulturellt perspektiv framstår det här som lärarens uppgift att introducera diskussionen som arbetssätt. Också arbetsmetoden blir en kunskap, något som eleverna till en början kan behöva lärarens vägledning för att klara av, men som de med tiden kan ta till sig och klara av utan sådan hjälp.

Förslag på vidare forskning

Denna undersökning är sprungen ur tanken att studera hur man genom olika frågeställningar kan skapa olika förutsättningar för elever att föra gruppdiskussioner. Detta är ett brett ämnesområde, och det har i undersökningen begränsats genom att bara två olika inriktningar på frågeställningar – två frågestrategier – har jämförts. Det skulle kunna vara av intresse att studera andra frågestrategier. Det skulle också vara intressant att använda sig av andra analysverktyg för att se om andra likheter eller skillnader mellan olika frågestrategier kan urskiljas. Ytterligare en intressant tanke är göra en liknande undersökning på andra grupper av elever – i denna studie ligger exempelvis inget fokus på sådana faktorer som etnicitet eller genus. Naturligtvis skulle man också kunna studera en bredare grupp än vad jag gjort, fastän metoden i sådana fall förmodligen skulle behöva omarbetas.

Framför allt ett analysverktyg har i denna studie lämnat mig med fler frågor än svar – Emanuelssons zoner för klassrumsinteraktion, där de undersökta frågestrategierna inte tycks orsaka någon urskiljbar skillnad. Det är rimligt att tänka sig att andra faktorer istället påverkar elevernas möjligheter att röra sig inom och mellan zonerna – och därmed vore det också intressant att se forskning i hur sådana möjligheter kan främjas.

Referenser

- Ahlström, Ronny m.fl. (red.) (1996). *Matematik – ett kommunikationsämne*. Göteborg, Institutionen för ämnesdidaktik, Göteborgs universitet.
- Barnes, Douglas (1978). *Kommunikation och inläring*. Övers. Lundborg, Gunilla. Stockholm, Wahlström & Widstrand.
- Bråten, Ivar (red) (1998). *Vygotskij och pedagogiken*. Lund, Studentlitteratur.
- Davis, Brent (1997). Listening for differences: An involving concept of mathematics teaching. I *Journal for research in Mathematics Education* 28(3), 355-376
- Denscombe, Martyn (2000). *Forskningshandboken. För småskaliga forskningsprojekt inom samhällsvetenskaperna*. Lund, Studentlitteratur.
- Emanuelsson, Jonas (2001). *En fråga om frågor. Hur lärares frågor i klassrummet gör det möjligt att få reda på elevernas sätt att förstå det som undervisningen behandlar i matematik och naturvetenskap*. Göteborg, Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Furth, Hans G., (1977), *Piaget för lärare*. Stockholm, Libertryck.
- Piaget, Jean (1968). *Barnets själsliga utveckling*. Lund, C W K Gleerups Bokförlag.
- Pölya, George (1990). *How to solve it: a new aspect of mathematical method*. Harmondsworth, Penguin Books.
- Riesbeck, Eva (2008). *På tal om matematik. Matematiken, vardagen och den matematiska diskursen*. Linköping, Institutionen för beteendevetenskap och lärande, Linköpings universitet.
- Runesson, Ulla (1995). Elever lär av varandra. I Lendahls, Birgit & Runesson, Ulla (red.) (1995). *Vägar till elevers lärande*. Lund, Studentlitteratur.
- Unenge, Jan (1988). *Matematikdidaktik för grundskolan*. Lund, Studentlitteratur.
- Vetenskapsrådet (2002). *Forskningsetiska principer inom humanistisk-samhällsvetenskaplig forskning*. Stockholm, Vetenskapsrådet
- Wistedt, Inger (1992) i samarbete med Brattström, Gudrun & Jacobsson, Calle. *Att vardagsanknyta matematikundervisningen*. Stockholm, Stockholms universitet, Pedagogiska institutionen.
- Wistedt, Inger (1996). Matematiska samtal. I Ahlström, Ronny m.fl. (red.) (1996). *Matematik – ett kommunikationsämne*. Göteborg, Institutionen för ämnesdidaktik, Göteborgs universitet.

Att främja gruppdiskussioner
Kim Jonsson

Internet

Skolverket (2009) = *Kursplan för MA1201 – Matematik A - Skolverket*
(<http://www.skolverket.se/sb/d/726/a/13845/func/kursplan/id/3202/titleId/MA1201%20-%20Matematik%20A>) 2009-11-03

Kim Jonsson
Lärarstuderande
Mittuniversitetet Härnösand
Undersökning Examensarbete

Bråkräkning, egna erfarenheter (Grupp A)

I vilka situationer har man nytta av bråkräkning i vardagslivet?

Konkreta exempel?

Hur skiljer sig gruppens erfarenheter åt?

Vilka problemsituationer har ni ställts inför, och hur har ni löst dem?

Tack för er medverkan
/Kim

Kim Jonsson
Lärarstuderande
Mittuniversitetet Härnösand
Undersökning Examensarbete

Procenträkning, olika tankesätt (Grupp A)

Vilka olika sätt att tänka på kan användas vid procenträkning?

Konkreta exempel?

Använder ni inom gruppen olika tankesätt?

Är något sätt bättre än något annat? Mer korrekt? Enklare?

Tack för er medverkan
/Kim

Kim Jonsson
Lärarstuderande
Mittuniversitetet Härnösand
Undersökning Examensarbete

Bråkräkning, olika tankesätt (Grupp B)

Vilka olika sätt att tänka på kan användas vid bråkräkning?

Konkreta exempel?

Använder ni inom gruppen olika tankesätt?

Är något sätt bättre än något annat? Mer korrekt? Enklare?

Tack för er medverkan
/Kim

Kim Jonsson
Lärarstuderande
Mittuniversitetet Härnösand
Undersökning Examensarbete

Procenträkning, egna erfarenheter (Grupp B)

I vilka situationer har man nytta av procenträkning i vardagslivet?

Konkreta exempel?

Hur skiljer sig gruppens erfarenheter åt?

Vilka problemsituationer har ni ställts inför, och hur har ni löst dem?

Tack för er medverkan
/Kim

Kim Jonsson
Lärarstuderande
Mittuniversitetet Härnösand
Undersökning Examensarbete

Nyckelord i bråkräkning

Förlängning

Förkortning

Enklaste bråkform

Gemensam nämnare

Addition

Subtraktion

Multiplikation

Division

Kim Jonsson
Lärarstuderande
Mittuniversitetet Härnösand
Undersökning Examensarbete

Nyckelord i procenträkning

Per hundra
Procent
Procentenhet
Index