Självständigt arbete på avancerad nivå

Independent degree project – second cycle

Huvudområde: Natuvetenskap/Matematik
Major Subject: Science/Mathematics

En kvalitativ studie om bar modeling som matematisk strategi
Matematik

Niklas Nygren

Mittuniversitetet
MID SWEDEN UNIVERSITY

Campus Härnösand Universitetsbacken 1, SE-871 88. **Campus Sundsvall** Holmgatan 10, SE-851 70 Sundsvall.
Campus Östersund Kunskapens väg 8, SE-831 25 Östersund.
Phone: +46 (0)771 97 50 00, Fax: +46 (0)771 97 50 01.

Tack till

Lärarna som var hjälpsamma
och ställde upp på intervjuer.

Jag vill också tacka alla elever som
deltog i mina observationer.

& tack till min handledare
Andreas för all hjälp.

MITTUNIVERSITETET
Avdelningen för ämnesdidaktik och matematik

Examinator: Sam Lodin, Sam.Lodin@miun.se
Handledare: Andreas Lind, Andreas.Lind@miun.se
Författare: Niklas Nygren, Niny1300@student.miun.se
Utbildningsprogram: Lärarutbildning – Grundlärare med inriktning mot arbete i grundskolans årskurs F-3, 240 hp
Huvudområde: Matematik
Termin, år: HT, 2016

Sammanfattning

Denna studie handlar om den matematiska strategin bar modeling som är tagen från undervisingen i Singapores skolor. Syftet med studien är undersöka om bar modeling fungerar som matematisk strategi och hur eleverna upplever arbetssättet. Utöver att studera metoden i praktiken studeras också hur lärarna uppfattar bar modeling.

För att studera bar modeling och vad lärare har att säga om arbetssättet har två metoder använts; fem observationer av elevgrupper och fem intervjuer med lärare. Detta för att ta reda på elevernas respektive lärarnas uppfattning om metoden.

Resultatet i studien visar att lärarna är överrens om att bar modeling mycket väl kan hjälpa många elever vid problemlösningar. Alla lärare ser det simpla sättet att förenkla svåra och komplicerade matematiska problem som metodens största fördel. Observationerna av elevgrupperna visade att metoden underlättade processen av att lösa problemet när uppgifter var matematiskt utmanande. Något lärarna såg som en nackdel är att det kan vara svårt att få med en hel skola eller i alla fall sitt arbetslag att börja arbeta med den nya metoden. Vidare visade också resultatet från observationerna att metoden gav ett bra stöd vid problemlösningar som är mer utmanande rent kunskapsmässigt.

Nyckelord: Bar modeling, Singapore math, problemlösning, matematik, matematiska strategier.

Innehållsförteckning

Kapitel 1 Inledning

Matematik används inte endast i skolan, utan även i det vardagliga livet. Att skapa ett intresse och förståelse för användandet av matematik i olika sammanhang är något som Skolverket (2011: 62-63) förespråkar i läroplanen. Alla människor har behov av matematiken genom hela livet och därför är det skolans ansvar att förse eleverna med strategier att ta sig an dessa problem. Med tanke på de svaga resultat som Sverige haft i TIMSS:s undersökningar de senaste åren ligger förnyelse nära till hands inom ämnet matematik. I denna studie har jag valt att undersöka hur modellen Singapore Math kan passa in i den svenska skolan. För att avgränsa forskningen har jag valt att fokusera på bar modeling, som är en matematisk strategi inom Singapore Math. Strategin används inte på så många skolor i Sverige och det finns därför inte så mycket kunskap om huruvida den skulle kunna fungera i Sverige eller inte.

Under min egen skoltid har jag alltid haft det väldigt enkelt för matematik. Det har då medfört att jag fått försöka förklara mina tankar för vänner som hade det svårare. Att förklara sina egna tankar är inte alltid lätt, framför allt när allt låter lätt i sitt huvud. Det är i de situationerna jag själv hade velat ha en metod eller strategi som kan hjälpa till vid förklaring av problemlösning.

Min senaste VFU (verksamhetsförlagd utbildning) gav mig möjligheten att delta i ”Mattelyftet” vid några tillfällen. Mina erfarenheter av den matematiska satsningen är att fokus ligger på problemlösning och att ge lärare tips och självförtroende i deras undervisning. Samtidigt är jag intresserad av nya idéer som kan hjälpa till i barns matematiska utveckling. Genom att kombinera erfarenheten av vad som behövs utvecklas i den svenska undervisningen och mitt intresse för nya idéer vill jag ta reda på hur bar modeling kan fungera som matematisk strategi och hur lärare ser på metoden. Hur kan den matematiska strategin, bar modeling, då tas emot från elev- och lärarperspektiv i den svenska skolan?

Kapitel 2 Bakgrund

I detta kapitel presenteras ett för studien väsentligt urval av tidigare forskning. Till att börja med presenteras vad den svenska läroplanen säger om matematikundervisningen. Efterföljande avsnitt handlar om begrepp som förekommer i uppsatsen och vidare om tidigare forskning kring olika matematiska strategier för just problemlösning som används inom den svenska skolan. Till sist så görs en inblick i tidigare forskning från matematikundervisingen i Singapore och fokus läggs på en specifik metod som är utformad från deras kursplan i matematik, så kallad bar modeling. Tanken är att avsnittet ska vara relevant för undersökningen och ge en överblick på vad forskning säger om olika matematiska strategier i världen.

2.1 Läroplan och kursplan

I kursplanen för matematik förklarar Skolverket (2011; 62-63) att syftet med matematikundervisningen är att eleverna ska utveckla kunskaper inom ämnet och dess användning i vardagen och i olika ämnesområden. Vidare ska undervisningen bidra till att eleverna utvecklar ett intresse för matematiken och tilltro till att använda sig av matematiken i olika sammanhang. En väldigt stor del i kursplanen är de fem förmågorna som eleverna ska få möjligheter att utveckla genom undervisningen. De fem förmågorna är:

- *Problemlösningsförmågan.* Formulera och lösa problem med hjälp av matematik samt värdera valda strategier och metoder.
- *Begreppsförmågan.* Använda och analysera matematiska begrepp och samband mellan begrepp.
- *Metodförmågan.* Välja och använda lämpliga matematiska metoder för att göra beräkningar och lösa rutinuppgifter.
- *Resonemangsförmågan.* Föra och följa matematiska resonemang.
- *Kommunikationsförmågan.* Använda matematikens uttrycksformer för att samtala om, argumentera och redogöra för frågeställningar, beräkningar och slutsatser.

2.2 Definition av begrepp

2.2.1 Problemlösning

Problemlösning är en av de fem förmågor som eleverna ska utveckla för att sedan kunna uppnå de nationella målen som är uppsatta. Den förmågan lyfts fram av Emanuelsson, Johansson och Ryding (1991) som den mest central i matematikundervisningen. Den öppnar också upp möjligheter att kunna använda sig av de andra fyra, eller i alla fall några av dem, samtidigt som man håller på med problemlösning.

Begreppet *problemlösning* kan upplevas som jobbigt och krångligt menar Gudrun Malmer (2002). Vidare menar hon dock att det är en stor missuppfattning eftersom att begreppet då kopplas till väldigt svåra problemlösningar. I själva verket sker problemlösningen utan att man tänker på det, flera gånger under en helt vanlig dag. När man löser ett problem som inte är en rutinuppgift så sker en problemlösning, och det är just därför det är en så viktig del i den svenska läroplanen. Men på grund av att många elever är så fokuserade på att få fram ett korrekt svar så förstår de inte vad själva processen ger dem i sitt vardagliga liv. Hon lyfter fram ett antal delar som utvecklas i samband med problemlösning, som är viktiga att tänka på som både lärare och elev. Exempelvis lyfter hon fram följande delar som kan kopplas till de olika förmågorna:

- Stimulera och utveckla det logiskt-analytiska tänkandet
- Få tillfälle att under samtal argumentera och diskutera
- Lära sig att välja och tillämpa olika lösningsstrategier
- Upptäcka matematikens användning inom andra skolämnen
- Uppnå en beredskap att möta och hantera vardagens ”matte-situationer”

Eva Taflin (2007) förklarar i sin avhandling begreppet problemlösning, med stöd från en mängd forskare, genom att eleverna ska vilja lösa ett problem som inte är av standardtypen och försöka tolka uppgiften korrekt. Att just tolka den rätt menar hon är viktigt eftersom det är en grundförutsättning till att välja rätt metod och strategi i sin problemlösning. Slutligen är elevens förståelse för problemet och hur processen med problemlösningen ska gå till mycket viktigt.

2.2.2 Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS)

TIMSS är en studie som undersöker vilka kunskaper elever i årskurs 4 och årskurs 8 har inom matematik och naturvetenskap. I studien deltar länder från hela världen och den genomförs vart fjärde år.

Syftet med studien är både att beskriva och jämföra eleverprestationer och deras attityd och erfarenheter av matematik och naturvetenskap. Syftet är också att förstå sig på trender inom länder och sedan titta på vilka skillnader det finns i länders prestationer och ställa det mot exempelvis hur landets skola och lärarens undervisning är organiserad (Skolverket 2016).

I den senaste TIMSS undersökningen som genomfördes år 2011 framställs resultatet i en tabell som visar ländernas genomsnittliga resultat gentemot varandra. Singapore hade ett genomsnittligt resultat på 606 och var på första plats av de deltagande länderna. Sverige i sin tur hade ett genomsnittligt resultat på 504 och hamnade då på 26:e plats i undersökningen (TIMSS 2011). Skalan utformades vid första TIMSS undersökningen som, genomfördes 1995, så att det internationella genomsnittet blev 500 poäng och standardavikelsen 100 poäng. Med standardavvikelsen menas att två tredjedelar av samtliga elever fick resultat mellan 400 och 600 poäng (Skolverket 2015). Alltså visar 2011 års resultat att Singapores genomsnittspoäng ligger över den först konstruerade standardavvikelsens högsta poängnivå, vilket är ett mycket högt resultat.

2.2.3 Singapore Math

Modellen som kallas ”Singapore Math” eller ”Singaporemodellen” är utformad från kursplanen för matematik i Singapore. Lisa Englards (2010) skriver om The Ministry of Education in Singapore (2012) och hur de kom fram till att det år 1981 fanns brister hos elevers förmåga att lösa textuppgifter som saknade vanliga nyckelord. Men om man tittar på senare resultat från Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS 2007) så visar det tydligt att elever från Singapore är bland de bästa problemlösarna i hela världen, så frågan är vad som är hemligheten. Den tydliga förbättringen i resultaten har varit en bidragande faktor till att modellen har spridit sig runt om i världen.

I kursplanen för matematik i Singapore skriver de att det finns ett stort fokus på problemlösning. Vidare kan det centrala innehållet delas upp i fem olika delar; Matematiska begrepp: förstå sig på exempelvis addition och division, färdigheter: kunna utföra matematiska beräkningar, attityd till matematik: undervisiningen ska vara rolig och annorlunda för att skapa en positiv attityd, metakognition: reflektera över sitt eget tänkande och lärande och processen: hur eleven resonerar, kommunicerar och tänker inom matematiken (The Ministry of Education in Singapore 2012).

2.2.4 Bar modeling

Bar modeling är en matematisk strategi som används inom Singapore math. Barry Garelick (2006) förklarar det som en bildlig teknik för att komma fram till ett svar. Han menar också att den är unikt utformad till just Singapore math. Metoden är specifikt utformad för att ge elever en visuell förståelse för textuppgifter med problemlösning (Se bilaga 1).

2.3 Tidigare forskning

2.3.1 Matematiska strategier

Taflin (2007) gjorde en studie där hon studerade fyra klasser som arbetat med rika problem. Det framkom att eleverna som fått samma problem kommit fram till olika lösningsstrategier. Hon delade upp lösningsstrategierna i fyra olika representationsformer, vilka var:

- Konkreta lösningar: När problemet löses med hjälp av konkretiseringsmaterial.
- Logisk/språklig lösning: När det kan redovisas även muntligt.
- Algebraisk lösning: Gissa och pröva, samt teckna en ekvation
- Grafiska lösningar: Gör en tabell/ diagram eller rita en bild.

Något som hon menar kan vara svårt för lärare vid bedömning av problemlösningar är att förstå sig på alla olika, och vissa trevande, strategier. En sak som läraren kan göra för att undvika svårigheterna är att skapa sig en fördjupad förförståelse för vilka olika slags lösningar som eleverna kan komma fram till via uppgiften.

Rolf Eriksson (1991: 104-106) lyfter också fram ett antal olika strategier för att lösa olika matematiska problem med:

- Gissa och pröva
- Rita en bild
- Göra upp en lista eller tabell
- Tänka baklänges
- Söka mönster
- Logiskt resonemang

Han belyser också att det är väldigt viktigt att som lärare att inte arbeta med för många strategier samtidigt. Att elever ska kunna välja och kombinera olika strategier är helt avgörande för problemlösningsförmågan. Nedan följer en fördjupning med tre av dessa matematiska strategier som både liknar och passar bra tillsammans med bar modeling.

2.3.1.1 Gissa och pröva

I artikeln *Miracle Math* hävdar Barry Garelick (2006) att ”gissa och pröva”-metoden, eller ”guess and check”, är en väldigt vanlig metod vid problemlösning i USA. Det är en form av slumpmässig försöka- och misslyckas metod, där man provar olika siffror tills att man löser problemet i fråga.

Capraro et al. (2011) belyser både negativa och positiva saker med ”gissa och pröva”-metoden. De framför att Polya (1945) menar att det som är positivt är att även fast många gissningar blir fel, leder det ofta till en bättre gissning efteråt. Men då är det viktigt att eleven använder gissningen till att verifiera lösningen. Detta eftersom en fristående gissning inte kan ses som en strategi i matematisk problemlösning. En slutsats som de drar från studien som är kopplad till ”gissa och pröva”-metoden är att den är en väldigt viktig del för att hitta vägar genom hinder man stöter på i problemlösningsprocessen. Men för att göra den mer effektiv krävs det att man använder sig av logiskt tänkande i samband med metoden för att minska risken för helt felaktiga gissningar. Samtidigt påvisar de också att Polya (1945) och Malloy och Jones (1998) har förklarat att metoden kan vara ett hinder för andra problemlösningsstrategier, och då blir det heller ingen effektiv strategi att använda sig av.

När Eriksson (1991: 104-106) förklarar metoden är han inne på samma spår som de tidigare. Han förstår att metoden kan ses som både vårdslös och omatematisk, men att den i själva verket kan vara väldigt bra och användbar. Viktigt är då att den används på rätt sätt. Detta genom att förstå problemet, komma så nära som möjligt med sin gissning, kontrollera, dra en slutsats, för att sedan komma med en ny och bättre gissning. Det handlar alltså inte bara om tur utan även om stor skicklighet.

2.3.1.2 Rita en bild

Vid en problemlösning åsyftar Eriksson (1991: 104-106) att en ovärderlig hjälp för eleven kan vara att rita en bild. Det är mestadels för att eleven ska få en klar bild över problemet som sedan kan lösas med rätta räknestrategier. På så sätt kan eleven tillslut också komma fram till en korrekt lösning.

Carole Saundry och Cynthia Nicol (2006) har gjort en studie där de tittade på hur några elever använde sig av metoden ”rita en bild” i sin problemlösning. De kom fram till att eleverna ritade en bild och använde sig av den på några olika sätt. Ett sätt som användes var att rita av sin bild de skapat i sin hjärna för att sedan dela upp sakerna på papperet för att komma fram till en lösning. Ett annat var att använda det mer som ett system genom att göra en uppdelning av sakerna på papperet, exempelvis för att kunna kryssa över de saker de ”gett bort”. Den tredje grupperingen av bildlösningar var att noggrant rita bilderna som direkta avspeglingar från verkligheten. Några elever tappade då fokus från den matematiska uppgiften, medan andra kunde rita in sig själv i uppgiften för att få en ökad förståelse för vad som skulle göras och sedan kunna lösa den. Till sist fanns det en grupp elever som antingen inte hade hjälp av sin bild eller inte ritade en bild över huvud taget. Under observationen av den elevgruppen var det uppenbart att just dessa använder sig av en annan strategi; att visualisera problemet i huvudet. Saundry och Nicol's (2006) slutsats av studien blev att det är viktigt att lärare tidigt hjälper eleverna att använda sig av att rita en bild på ett bra och effektivt sätt för att metoden ska hjälpa dem att utveckla sin problemlösningsförmåga.

2.3.1.3 Göra upp en lista eller tabell

Listor kan underlätta det matematiska tänkandet genom att hålla en bättre ordning enligt Eriksson (1991: 104-106). För att uppnå detta organiserade tänkande, som är målet med en lista, menar han att man behöver symboler, färger eller något annat för att se strukturer i listan. Om man använder sig av en lista utan en tydlig plan kommer man tappa bort sig i röran. Det är då en utveckling av strategin är viktig så man uppnår en organiserad plan.

Eriksson (1991) placerar tabeller väldigt nära listor i problemlösningsstrategier. Tabellen måste också vara organiserad för att få fram ett lyckat resultat och den kan ofta ses som en utvecklad form av lista.

2.3.2 Singapore Math

Barry Garelick (2006) lyfter likt Englard (2010) fram de tydliga TIMSS resultaten som visar att Singapores matematikundervisning ligger i framkant i världen. I artikeln förundras han över att tre av de fyra skolorna i USA som investerade i Singaporemodellen valde att avsluta arbetet trots att resultaten visade en positiv utveckling. Han menar att det kan ha berott på en blandning av många olika anledningar. Dessa anledningar är exempelvis en kulturkrock, alltså att den är utformad i Asien och kan då få motstånd i USA, att förberedelserna var för dåliga, eller det mest troliga - att det inte kunde finansieras trots förbättrade resultat. Han menar att det är synd eftersom det inte går att se tydliga resultat på bara de två år som pilotstudien pågick.

Jacob Vidgor (2013) är inne på samma spår som Garelick (2006) angående en eventuell kulturkrock när Singapore math införs i ett annat land. Han påpekar också att en annan stor faktor till att det inte behöver fungera är att lärare i Singapore har en tydligare förståelse för matematikens grunder än deras kollegor i USA.

I sin forskning påpekar Jaciw et al. (2016) att Sami (2012) berättar kring de skillnaderna mellan undervisningen i Singapore motsvarande i USA. I USA ägnas mycket tid till att lära sig memorera lösningsstrategier genom repetitionsuppgifter, medan detta är något man inte lägger så stor vikt vid i Singapore. Där vill man att eleven ska stöta på nya problem hela tiden, för att inte bli avskräckt i en problemlösningsstrategi och samtidigt ta små steg framåt i sin matematiska utveckling. Vidare lyfter Jawci et al. (2016) upp det som Witzel (2015) anser är en av de centrala delarna i metoden, vilket är kallad Concrete-Pictorial-Abstract approach (CPA-approach). Det går ut på att eleverna först får laborera med konkreta material för att sedan se det visuellt med hjälp av bilder (bar modeling). I slutändan ska de använda sig av mer abstrakta uppställningar.

2.3.3 Bar modeling

Englards (2010) studie var utformad så att hon följde ett antal klasser och med hjälp av ett test som gjordes före och efter tidsperioden skulle hon se eventuella förändringar av problemlösningsförmågan i klasserna. En av klasserna introducerades till bar modeling och blev då kallad för testgrupp. Resten av klasserna fick fortsätta arbeta med matematiken som vanligt. Resultatet av studien blev att det var bara testgruppen som utvecklade sin problemlösningsförmåga under tidsperioden. Englards menar att metoden hjälpte testgruppen att hantera framförallt textuppgifter som krävde en problemlösning från eleverna. Ett exempel från undersökningen är en uppgift som var formulerad såhär: ”Skylar has 4 times as many books as Karen. If Skylar has 36 books, how many books does Karen have?” (Englard 2010: 157). Det som studerades vid denna uppgift var hur många elever från varje årskurs som multiplicerade istället för att dividera. Resultatet blev: årskurs 3 – 29%, årskurs 4 – 26%, årskurs 5 – 15% och testgruppen – 0%.

Genom att studera hur matematiken presenteras i Singapores läromedel kom Sybilla Beckmann (2004) fram till att en stor del av hemligheten ligger just i bar modeling. Slutsatsen som hon kunde dra ifrån undersökningen var att elever i Singapore kunde resonera sig fram till lösningen på utmanande textuppgifter med hjälp av att rita upp ett väldigt enkelt diagram. Det är just den här förmågan att ta sig an de utmanande uppgifterna som gör Singapores elever till väldigt effektiva och duktiga problemlösare inom matematiken menar hon.

Kapitel 3 Syfte och Metod

3.1 Syfte

Syftet med studien är att undersöka om bar modeling fungerar som matematisk strategi, hur eleverna upplever det samt hur lärare ser på arbetssättet.

3.2 Frågeställningar

1. Hur fungerar bar modeling som matematisk strategi vid problemlösning?
2. Hur upplever eleverna arbetssättet?
3. Hur ser lärare som arbetar i årskurserna 1-3 på bar modeling som matematisk strategi?

3.3 Metodval

För att besvara mitt syfte och mina frågeställningar har jag valt att använda mig av två olika metoder. Fem observationer där elever som två och två fick prova på bar modeling har gjorts. Även fem intervjuer med lärare som undervisar i matematik i årskurserna 1-3 genomfördes, för att få en inblick i vad lärare tycker och tänker om arbetssättet. Här nedan kommer jag att förklara och motivera de valda metoderna samt urvalet till dem.

3.4 Kvalitativ forskning

Eliasson (2013; 22-24) skriver att observationer och intervjuer är de två vanligaste kvalitativa metoderna. Hon menar samtidigt att båda metoderna också går att använda i en kvantitativ undersökning, men då måste intervjun vara mycket strukturerad med färdiga frågor och vid observationer ska forskaren endast vara en renodlad observatör. Ryen (2004; 14) förklarar kvalitativ forskning med hjälp av detta citat från Denzin och Lincoln (1994): ”forskare som använder kvalitativa metoder studerar saker i deras naturliga miljö och försöker göra fenomen begripliga eller tolka dem utifrån den mening som människor ger dem” (Ryen 2004;14)

Genom att jag under mina observationer är en, som Eliasson (2013) kallar det, observerande deltagare och samtidigt har semistrukturerade intervjutillfällen med lärare kommer det att bli en kvalitativ undersökning.

3.5 Observationer

Syftet med observationerna är att besvara frågeställning nummer 1 och 2: *Hur fungerar bar modeling som matematisk strategi?* och *Hur upplever eleverna arbetssättet?* Här krävs det att jag är med och introducerar vad bar modeling är och finns som stöd i problemlösningsprocessen. Jag har använt mig av fem stycken observationstillfällen av två elever i taget som får lösa ett antal problemlösningar med olika nivåanpassningar. Genom observationer får jag möjlighet att se hur metoden fungerar som matematisk strategi i en vardaglig matematisk situation och hur eleverna sedan upplever den. Eleverna fick själva utrycka vad de tyckte om metoden efter varje observationstillfälle. Bra med metoden är att jag som observatör kan lägga märke till saker som kan blivit till en rutin för eleverna vid exempelvis en intervju. Det som också är positivt med metoden är att jag kan fånga upp vad eleverna upplever och iaktta deras arbete med bar modeling precis i stunden (Merriam 1994;101-102).

3.5.1 Urval

Mitt urval av elever som deltagit i studien är valda från en skola som ligger i en kommun i mellersta Sverige. Jag valde att observera två elever i taget i årskurs 2, vid fem tillfällen, för att få ett elevperspektiv på arbetssättet.

Urvalet av elever inom den klass jag gjorde mina observationer gjordes utifrån det Stukát (2011; 69) beskriver som ett strategiskt urval. Jag tog hjälp av läraren i klassen, där observationerna gjordes, för att välja ut eleverna. De kriterier vi hade för urvalet var att de skulle kunna arbeta bra tillsammans och att de låg relativt nära varandra i kunskapsutvecklingen. Detta för att ett bra observationstillfälle skulle uppstå, där fokus är på matematiken och inte dåligt samarbete samtidigt som inte endast en elev gör allt arbete. Har eleverna liknande kunskapsnivå kan de hjälpas åt med uppgiften och därmed kan en generalisering av resultatet göras till båda eleverna.

Varför jag valde att göra fem observationer i *samma* klass beror på att jag ansåg att tio elever från samma klass ger en tydligare bild av hur elever med olika matematiska kunskaper upplever bar modeling. De elever läraren ansåg hade goda kunskaper inom matematik ville jag se om de kunde ta sig ännu längre i sina problemlösningar. Medan tanken med de eleverna med lite svagare matematiska kunskaper var att se om arbetssättet kunde göra problemet tydligare och sedan underlätta deras uträkningar.

3.5.2 Genomförande

Observationerna genomfördes genom att jag tog ut fem elevergrupper, två elever i taget, till ett bord där de brukar sitta och arbeta precis utanför klassrummet. Samma ställe användes vid samtliga observationer för att förutsättningarna skulle vara så lika som möjligt.

Samtliga observationer började med att jag hade en kort introduktion med eleverna. Jag berättade att vi skulle arbeta med problemlösning med en metod från Singapore. För att introducera metoden för eleverna hade jag valt ut tre enkla additions och subtraktions problem för att eleverna skulle få en förståelse för arbetssättet. Vidare i problemlösningarna begränsade jag den hjälp jag gav till eleverna med frågor som exempelvis: ”Vad är det vi vill ta reda på?”, ”Vilket räknesätt måste ni använda då?” eller ”Hur många hade de från början?”. Det är frågor som hjälper dem vidare i den, för dem, nya matematiska strategin, men jag ville samtidigt inte hjälpa dem för mycket i problemlösningen.

Under observationerna tittade jag på hur väl eleverna tog sig an bar modeling. När eleverna kom fram till ett svar, frågade jag alltid: ”Hur kom du fram till det?”. Det gav mig en förståelse för om de använt sig av metoden eller räknat ut det i huvudet. När observationstillfället var slut frågade jag också om de tyckte att metoden hade hjälpt dem vid någon speciell uppgift och i så fall på vilket sätt. Detta för att ta reda på hur dem upplevde bar modeling som matematisk strategi.

3.5.3 Problem med metoden

Merriam (1994: 101-102) lyfter fram att det är viktig för observatören att försöka vara objektiv i en deltagande observation trots människans mycket subjektiva perception. Detta var något jag hade i tanken när jag gjorde mina observationer. Jag försökte vara objektiv trots att jag var med i situationen. Jag skrev ner händelser som jag reflekterat över en stund direkt efter observationerna, för att sedan komplettera detta någon timme efter när jag fått mer distans till observationen.

Ett problem jag såg med att vara en observerande deltagare var att jag fick lägga mycket kraft vid att skapa en förståelse för arbetssättet för eleverna. Vid ett mer omfattande arbete hade det varit mer optimalt att introducera metoden till hela klassen och att dem tillsammans med lärare fått arbeta med den under en längre tid, för att jag sedan hade kunnat göra mina observationer som renodlad observatör.

3.6 Kvalitativa intervjuer

Syftet med de kvalitativa intervjuerna var att besvara frågeställning nummer 3: Hur ser lärare som arbetar i årskurserna 1-3 på bar modeling som matematisk strategi? För att få en förståelse på hur aktiva lärare i årskurserna 1-3 ser på arbetssättet och dess användning valdes kvalitativa intervjuer som metod (Ryen 2004: 77-78). Genom intervjuerna ges möjligheten till att se hur bar modeling kan komma att passa in i den vardagliga matematiska undervisningen. Eftersom att jag ville titta på hur lärare ser på bar modeling så passar denna undersökningsform bra.

3.6.1 Urval

För att få en förståelse för lärarnas perspektiv genomförde jag fem enskilda intervjuer, med fyra lärare och en specialpedagog inom matematik från olika skolor.

När urvalet av undersökningspersoner gjordes var det viktigt för mig att intervjua människor med så intressant information som möjligt i koppling till frågeställningen. Då föll valet på lärare som undervisar i 1-3, eftersom att de är väl insatta i den matematiska undervisningen och på elevers matematiska utveckling samtidigt som de undervisar i de årskurser som jag vill undersöka i min studie (Ryen 2004: 80).

Varför jag valde att intervjua en specialpedagog inom matematik beror på att jag ville ha olika infallsvinklar på arbetssättet. En specialpedagog arbetar med mindre grupper av barn som är i behov av extra hjälp. Eftersom dem arbetar på ett lite annat sätt än en vanlig lärare gör kan deras tankar komplettera det lärarna säger på ett bra sätt. Lärarna i sin tur arbetar mer med gruppundervisning i helklass vilket också ger en annan infallsvinkel i undersökningen.

Att välja lärare från olika skolor var viktigt för att min undersökning skulle bli mer trovärdig. Undervisning, material och arbetsätt kan se väldigt olika ut från skola till skola, även inom samma kommun. Jag ansåg att det var betydelsefullt att studien inte endast skulle visa vad de tycker på en skola i kommunen.

3.6.2 Genomförande

Samtalsintervjuerna genomfördes på lärarnas egen arbetsplats. Detta för att deltagarna skulle känna sig mer bekväma och avslappnade. Att intervjuas på en plats man känner till och trivs på leder till en mer avslappnad intervjusituation (Esaiasson et.al. 2012; 268).

Singapore Math är för många ett ganska nytt begrepp och därför valde jag att använda mig av en semistrukturerad intervjumanual. Lärarna, som var de intervjuade personerna i mitt fall, hade inte fått veta vilka frågor som skulle ställas. De fick däremot reda på om vilket ämne och i vilket syfte som intervjun genomfördes(Stukát 2011; 44)

Det är inte specifik fakta som läraren besitter som jag var intresserad av under intervjuerna, utan istället den kunskap om matematisk utveckling som läraren har utifrån sin yrkesroll. Med hjälp av den kunskapen var syftet att få en förståelse för hur lärarna ser på bar modeling som matematisk strategi.

När jag hade tagit den första kontakten med de lärare jag önskade intervjua, och fått ett godkännande för deltagande i studien, skickade jag ut en skriftlig inbjudan till samtliga deltagare (se bilaga 2). I brevet fanns det information om studiens syfte och fakta kring intervjuns genomförande. Det fanns även med lite bakgrundsinformation kring Singapore Math och bar modeling, med exempel på lösningar (se bilaga 1) och ett klipp på en föreläsning om bar modeling. Detta bifogades för att intervjuns syfte inte var att undersöka lärarnas förståelse av metoden utan istället få veta vad de tycker om det som en matematisk strategi.

Frågorna som ställdes i intervjuerna var öppna frågor för att lärarna skulle få utveckla sina svar och tankar själva. Personliga intervjuer är helt överlägsna när tanken är att få utförliga svar och undvika missförstånd i kommunikationen (Esaiasson et.al 2012: 235-236). Det är därför jag valde att genomföra intervjuerna ansikte mot ansikte, istället för exempelvis telefonintervjuer. Intervjuerna spelades in med en diktafon eftersom att det underlättar sammanställningen av resultatet efteråt (Lagerholm 2005;56).

Alla intervjupersoner fick besvara samma frågor och intervjuerna var upplagda på liknande sätt. Det var viktigt för mig för att alla deltagarna skulle ges samma förutsättningar under intervjuerna.

3.6.3 Problem med metoden

Ett problem Ryen(2004; 96-97) lyfter fram med kvalitativa intervjuer som metod är att man får svar utifrån den enskilda intervjun och deltagaren. De svar personen hade gett vid en gruppintervju skulle troligtvis skilja sig åt på grund av interaktionen mellan de människor som deltar i en gruppintervju. Fokusgrupper var något jag hade velat ha om jag hade haft mer tid för undersökningen. Dock hade jag inte det i detta fall. För att med mina förutsättningar ändå få mättade svar från de deltagande valde jag att genomföra fem enskilda intervjuer istället för en gruppintervju.

Intervjupersonernas ojämnhet i hur utförliga svar de gav, är en sak jag upplevde som problem med mina intervjuer. Det var en väldigt stor skillnad på hur utförliga svar jag fick från de olika deltagarna, vilket är en sak man faktiskt får räkna med när man genomför enskilda intervjuer. Då ställs det större krav på den enskildes åsikter för att få utförliga svar. Huvudfokus för mig låg dock på att få svar på samtliga frågor för att kunna besvara min frågeställning, vilket jag ändå fick.

3.7 Forskningsetniska principer

Studien är utförd i riktlinjer med vetenskapsrådets forskningsetniska principer och krav. Vetenskapsrådet (2011; 40) lyfter fram grundläggande principer som också är allmänt erkända i

forskarsamhället. Bryman (2011;131-132) väljer att sammanställa dessa principer i fyra krav att ha i åtanke för de personer som är direkt inblandad i forskningen. Kraven är:
Informationskravet – Undersökningens syfte presenterades före undersökningen med hjälp av direkt information vid observationerna och inbjudan vid fokusgruppen. Deltagarna informerades om vilka moment som ingick i undersökningen och att de fick hoppa av om de önskar.
Samtyckeskravet – Deltagarna får själva välja om de vill vara med i undersökningen. Vid mina observationer så var deltagarna minderåriga och då fick jag samtliga föräldrars godkännande istället.
Konfidentialitetskravet – Uppgifter om deltagarna behandlas med största konfidentialitet. Samtliga deltagare har därför varit helt anonyma och inga riktiga namn har använts.
Nyttjandekravet – Uppgifterna som samlas in i undersökningen används endast för forskningsändamålet.

3.8 Validitet och reliabilitet

Det är mitt syfte, mina frågeställningar och den tidigare forskningen som ligger till grund för frågorna som ställdes i intervjuerna och vad jag tittade på vid observationen. Detta eftersom att Esaiasson et.al (2012:63) menar att det krävs en god koppling mellan den teoretiska definitionen och de frågor som ställs för att uppnå en hög validitet.

intervjuerna valdes att genomföras med lärare som arbetar i årskurserna 1-3 i ämnet matematik för att besvara frågeställning 3, vilket också gav studien en god validitet. Att intervjua lärare var viktigt för att kunna besvara mitt syfte och den mer specifika frågeställningen. Jag behövde prata med personer som var insatta i den svenska skolan och framförallt den matematiska undervisingen och i och med det passade dessa deltagare in mycket bra. Vid intervjuerna valde jag att spela in för att ha möjlighet att agera observatör. Jag antecknade även information som skulle kunna göra skillnad vid analysen – bland annat kroppsspråk eller på vilket sätt personerna sa vissa saker. Det är något som ökade reliabiliteten på intervjuerna (Ryen 2004: 56).

Wibeck (2010: 91-92) lyfter fram att videoinspelning är i princip det enda alternativet för att fånga allt kroppsspråk och vara säker på vem som säger vad, vilket i sin tur ökar tillförlitligheten på undersökningen. Jag valde bort det alternativet på grund av att hon vidare förklarar att inspelningen i många fall påverkar interaktionen mellan deltagarna och den som intervjuar. Risken att videokameran kan göra deltagarna mer osäkra och obekväma i situationen var något jag ville undvika.

Vid observationen uppnåddes en hög validitet med det stöd jag tog från läraren i klassen vid val av eleverna. Stödet gav mig möjligheten att dela upp eleverna i par som möjliggjorde fokus på matematiken. Även en viss nivåanpassning kunde göras för att få observera elevgrupper med olika kunskapsnivåer.

Kapitel 4 Resultat

Resultatet som presenteras här nedan har framkommit från de två metoder jag har använt mig av för att samla in informationen kring bar modeling. Resultatet presenteras i två steg. Frågeställning nummer 1 och 2 behandlas först; observationerna, sedan övergår det tillfrågeställning nummer 3; de kvalitativa intervjuerna.

4.1 Resultat från observationer

Det är de fem observationstillfällena med totalt tio elever i årskurs 2 som ligger till grund för resultatet som presenteras här. Eleverna har två och två fått lösa olika problemlösningsuppgifter med hjälp av den matematiska strategin, bar modeling. En uppgift i taget kommer att presenteras där jag tar upp hur eleverna upplevde arbetssättet och hur de kunde använda sig av det. Elevgrupperna är indelade utefter deras matematiska kunskaper. Här delas de in i svaga- medel- eller goda matematiska kunskaper.
Elevgrupp 1 – Medel matematiska kunskaper
Elevgrupp 2 – Goda matematiska kunskaper.
Elevgrupp 3 – Svaga matematiska kunskaper.
Elevgrupp 4 – Mellan medel och goda matematiska kunskaper.
Elevgrupp 5 - Mellan medel och svaga matematiska kunskaper.

Som stöd i läsningen av resultaten finns både frågorna som eleverna svarade på och exempel på lösningar på frågorna med hjälp av bar modeling (se bilaga 4 och 5).

4.1.1 Fråga 1

Det finns 13 flickor och 11 pojkar i en klass. Hur många elever finns det totalt i klassen?

Alla elevgrupper förutom elevergrupp 3 kunde direkt räkna ut uppgiften i huvudet. Uppgiften blev för de andra grupperna en introduktionsuppgift där att förstå metoden låg i fokus. Elevgrupp 3 fick stöd av metoden i valet av addition eller subtraktion.

4.1.2 Fråga 2

Fatima har 5 lila blommor och 3 gula blommor. Hur många blommor har hon sammanlagt?

Alla elevgrupper förutom elevergrupp 3 kunde direkt räkna ut uppgiften i huvudet. Uppgiften blev för de andra grupperna en introduktionsuppgift där att förstå metoden låg i fokus. Elevgrupp 3 fick stöd av metoden i valet av addition eller subtraktion.

4.1.3 Fråga 3

Frida har tio äpplen men ger bort sex äpplen till Marcus. Hur många äpplen har Frida kvar?

Likt de två andra uppgifterna blev denna en introduktionsuppgift för elevgrupp 1,2 och 4. Elevgrupp 3 och 5 hade problem med uträkningen och tog stöd i metoden.

Exempelvis började elevgrupp 5 att skriva siffran tio som hela antalet och sedan ritade sex prickar i den nedre delen för att representera ”10-6=4”.

4.1.4 Fråga 4

Hanna har 12 kakor. Hon ska dela dem lika med sina två kompisar. Hur många kakor får de var?

Problemet som uppkom vid denna uppgift var hos många elevgrupper att inse att de skulle dela 12 kakor på tre personer och inte endast de två kompisarna. När eleverna förstått uppgiften rätt så blev metoden överflödig.

Samtliga elever kunde på olika sätt komma fram till att varje person fick 4 kakor var. Elevgrupperna 1,2,4 och 5 räknade i huvudet att 12/3 blir 4 kakor, medan elevgrupp 3 använde sig själva och mig som fiktiva personer i problemlösningen. De ”gav” alltså en kaka i taget till varje person för att komma fram till hur många vi fick var när antalet kommit upp till 12 kakor.

4.1.5 Fråga 5

I en godispåse finns det nappar, salta fiskar och klubbor. Det finns 6 nappar. Dubbelt så många klubbor som nappar. Det finns sedan hälften så många salta fiskar som nappar. Hur många godisbitar finns det i påsen?

Att rita upp diagrammet till denna uppgift gjordes på egen hand och på ett lite nytt sätt vilket skapade vissa problem. Elevgrupp 2 kunde direkt räkna ut uppgiften vilket gjorde att metoden kändes överflödig.

Resterande elevgrupper förstod inget av uppgiften från början för att det var för mycket information.

När de lyckats rita upp metoden korrekt, med hjälp av några stödfrågor från mig, så såg de direkt hur uppgiften skulle lösas med hjälp av addition. Då kom elevgrupperna också fram till det rätta svaret väldigt snabbt. När jag frågade hur de tänkt svarade en av elevgrupperna:

> ”Jag ser på det vi ritade att det var 3 fiskar, 12 klubbor och 6 nappar. Då la jag till 3 till 2:an,i entalet, så det blir 15. Sedan är 5ans tiokompis 5 och då finns det 1 kvar. Därför blir det 21.” (Elevgrupp 1, 2016)

4.1.6 Fråga 6

Maria räknar korten i en vanlig kortlek och får det till 46 kort. Det ska vara 52 kort i en vanlig kortlek. Hur många kort fattas?

Alla elevgrupper förutom elevgrupp 3 förstod direkt att de skulle använda subtraktion för att lösa problemet. Det gjorde att metoden blev överflödig för dessa elevgrupper. Elevgrupp 3 fick stöd av att fylla i diagrammet för att välja räknesätt till subtraktion och sedan göra uträkningen till att det fattades 6 kort. De använde sig av att räkna uppåt för att lösa subtraktionsuträkningen, alltså att räkna 47-48-49 och så vidare.

4.1.7 Fråga 7

Pelle har totalt 25 kulor. Fem av kulorna är blåa. Dubbelt så många är röda. Resten av kulorna är lila. Hur många lila kulor har Pelle?

Elevgrupp 3 fick stora problem att lösa denna uppgift på egen hand. Efter en stunds funderande och diskuterande kom de ändå fram till rätt svar med stöd i metoden. Elevgrupp 1,4 och 5 tog bra stöd i metoden och kunde lösa uträkningarna väldigt lätt med hjälp av det visuella i diagrammet. Uppgiften kunde direkt lösas i huvudet av elevgrupp 2 och därför använde de sig inte så mycket av metoden i samband med uträkningen.

4.1.8 Fråga 8

Michaela läser 2 sidor från sin bok. Niklas läser 3 gånger så många sidor än Michaela i sin bok. Deras kompis Minna läser 5 sidor fler än Niklas. Hur många sidor läste Minna i sin bok?

Diagrammet till uppgiften ritades upp på liknande sätt som i fråga 5. Elevgrupperna 1,2 och 4 kunde snabbt rita upp en bra bild av problemet och därmed också se att Minna läste 11 sidor. Elevgrupp 5 valde att räkna ihop alla sidor först, likt i fråga 5. De behövde då stöd från mig att veta att det var fel väg att gå och kunde sedan tillsammans komma på den korrekta lösningen och rätt svar. För elevgrupp 3 som haft problem med några uppgifter tidigare började orken att ta slut, och fokus blev då också dåligt. Det gjorde att metoden inte användes och varken rätt lösning eller svar kunde åstakommas.

4.1.9 Extra uppgift

Sofia bakade ett antal kakor. Hon gav bort 1/6 till sin kompis Lisa och 2/5 av de som var kvar till sin bror Niklas. Hon behåller sedan 12 kakor själv. Hur många kakor bakade Sofia?

Elevgrupp 3 gjorde inte extra uppgiften på grund av bristande fokus pga att tidigare uppgifter tagit lång tid och varit svåra för dem att räkna ut. Elevgrupp 5 klarade av uppgiften med vissa problem i uträkningsdelen när de fått fram att tre delar var lika mycket som 12 kakor. Delen där de skulle rita upp diagrammet av problemet var istället väldigt smärtfritt. När de väl kom på att en del var värd 4 kakor, förstod de direkt att alla andra också var det och uppgiften kunde lösas.

De resterande elevgrupperna löste uppgiften på liknande sätt. De förstod inget av uppgiften från början, men kunde ganska lätt rita upp problemet med hjälp av metoden. När diagrammet var rätt ifyllt uppkom citat som:

> ”*Åhh, vad lätt det var nu*.”
> (Elevgrupp 4, 2016)
>
> ”*Såklart det är så man ska räkna*.”
> (Elevgrupp 2, 2016)
>
> ”*Nu ser jag hur många kakor Sofia bakade*.”
> (Elevgrupp 1, 2016)

Med metoden kunde eleverna i elevgrupp 1,2 och 4 se problemet visuellt och sedan lösa uppgiften rent matematiskt och komma fram till att Sofia bakade 24 kakor.

4.1.10 Elevernas upplevelse om bar modeling

Efter att eleverna hade gjort klart alla uppgifter fick de beskriva vad de tyckte om att använda bar modeling och om det hjälpte dem mer på någon specifik uppgift.

Elevgrupp 1: ”*Det var svårt att förstå från början, men sedan var det lättare.”* (Elevgrupp 1, 2016)
De förklarade vidare att det var svårt att veta hur de skulle rita upp modellen på vissa uppgifter, men när de förstod det, hjälpte den mest på uppgift 5, 7 och extra uppgiften.

Elevgrupp 2: *”Sista uppgiften var svår, men sedan blev den lättare när vi ritade upp.”* (Elevgrupp 2, 2016)
Eleverna tyckte att det var tråkigt att rita upp modellen på några uppgifter då de var lätta att räkna i huvudet istället. Men de menade sen att de blev hjälpta på extrauppgiften av att använda metoden.

Elevgrupp 3: *”Det var svårt att veta vart vi skulle skriva in allt.”* (Elevgrupp 3, 2016)
Gruppen ansåg att många uppgifter var svåra och då blev det svårt att veta var all information skulle skrivas in. Men på uppgift 3,4 5 och 7 var det lättare efter att de ritat upp problemet.

Elevgrupp 4: *”Det var lätt att förstå hur vi skulle göra.”* (Elevgrupp 4, 2016)

De förklarade att de tyckte att metoden var lätt att fylla i och att de visste hur de skulle räkna ut sen. Vidare tyckte de att alla uppgifter förutom de två första blev lättare av att rita upp i rektanglarna.

Elevgrupp 5: *”På uppgift 3 var det lätt när vi ritade sex äpplen.”*
Vidare tyckte eleverna att det var roligt att använda metoden men att det var svårt ibland, framförallt på uppgift 8. De tyckte att uppgifterna 3, 5 och 7 blev lättare av bar modeling.

4.2 Resultat från de kvalitativa intervjuerna

Här presenteras resultatet som framkommit från de fem kvalitativa intervjuerna med undervisande lärare. Det är fem huvudfrågor och eventuella följdfrågor som ligger till grund för resultatet som presenteras nedan (se bilaga 3). Fyra av lärarna undervisar i årskurserna 1-3 medan en är specialpedagog inom ämnet matematik. Lärarna kommer i resultatdelen att kallas för informant 1,2,3,4 och 5 (I1,I2,I3,I4 och I5). De är indelade i kronologisk ordning utefter tidpunkten då intervjuerna genomfördes. Här nedan kommer en presentation av informanterna.

Informant 1 – Utbildad lärare 1-7 i ma/no, samt 1-3 i svenska. Arbetat som lärare i 1-3 i 15 år.

Informant 2 – Utbildad förskollärare och lärare 1-5. Arbetat som lärare i 1-3 i 10 år.

Informant 3 – Utbildad förskollärare, tidigarelärare 1-6 och specialpedagog i matematik. Arbetat som lärare i 1-3 i 9 år och som specialpedagog i 2,5 år.

Informant 4 – Utbildad lärare 1-7 med inriktning sv/so. Arbetat som lärare i 1-3 i 15 år.

Informant 5 – Utbildad förskollärare och lärare 1-6. Arbetat som lärare i 1-5 i 11år.

4.2.1 Lärarnas syn på Singapore math och bar modeling

Fyra av informanterna hade aldrig hört talas om Singapore Math innan jag tog kontakt med dem. I2 och I4 utryckte sig att de direkt blev oroliga att de missat något och frågade runt på sin skola om någon kände till det, men ingen visste något om ämnet. Därför valde de istället att googla sig fram och läsa igenom det informationsmaterial jag hade skickat för att de blev nyfiken på vad det var för något. I1 var den enda deltagaren som stött på Singapore Math tidigare och hon hade använt sig en del av bar modeling i sin undervisning.

Alla informanter ansåg att det kan vara jättebra att använda sig av bar modeling som matematisk strategi. Det som lyftes fram som speciellt bra med metoden är den visuella delen. Att konkretisera problem med hjälp av bilder eller annat material är något som samtliga arbetar med dagligen. Då kan bar modeling vara en konkret modell att följa för att visualisera problemet. Informant 2 uttryckte sig såhär:

> ”…skulle kunna hjälpa barnen hela vägen upp, alltså ha kvar det hela livet. Att få en inre bild att hänga upp matten på.” (Informant 2, 2016)

På liknande sätt beskriver I3 och I4 att det kan vara väldigt bra för många elever att kunna få en bild av problemet för att sedan kunna lösa det. Viktigt att tänka på enligt dem är också att det inte behöver vara nyckeln för alla elever, men att det kan passa väldigt bra för en del elever. lärare i 1-3 i 10 år.

4.2.2 Fördelar och nackdelar med metoden

Tydligheten i metoden lyfter samtliga informanter fram som den stora fördelen. Att lära sig en metod för att rita upp problemet rent visuellt anser de vara en nyckel för att bli en bra problemlösare. I2 och I3 utryckte specifikt att det är kan vara väldigt bra att börja tidigt med metoden. Att ge eleverna metoden via konkret material i tidig ålder är inga problem, och att sedan kunna utveckla detta till att rita upp bar modeling skapar möjligheter att skapa inre bilder senare i den matematiska utvecklingen.

Vidare till nackdelar förklarade informant 2 att svårigheten att få med alla på skolan eller i arbetslaget att använda metoden kan vara en nackdel. Metodens unika del menar I2 att eleverna får använda samma metod till alla arbetssätt och genom det utveckla sig som problemlösare. Det är stora steg mellan lågstadiet och mellanstadiet och om eleverna endast får använda metoden från 1-3 och sen inte undervisas vidare i det senare tappar metoden mycket.

4.2.3 Likheter och skillnader med sin egen undervisning

Räkneväskan är ett material som både I1 och I4 använder varje vecka i sin matematikundervisning (se bilaga 6). Det är ett material som innehåller konkreta verktyg för eleverna att använda som stöd i uträkningarna av olika matematiska uträkningar. I det materialet finns många likheter med bar modeling menar båda informanterna. Den stora skillnaden som båda utryckte var att det inte finns något specifikt sätt att rita upp det på papper, för att eleverna ska komma bort från det konkreta materialet. Vilket istället ges möjligheter med bar modeling. Vidare pratar även de andra informanterna om deras arbete med att försöka göra mattetal synliga för eleverna genom olika material, som också är huvudfokus i bar modeling. Informant 5 utryckte uppdelningen av tal som en likhet med sin undervisning följande:

> ”Det är ett tydligt sätt att uppdela talen tycker jag..”
> (Informant 5, 2016)
>
> ”Det är något ni också jobbar med?”
> (Följdfråga, Niklas, 2016)
>
> ”Ja…, fast det här är ännu tydligare.. tycker jag!”
> (Informant 5, 2016)

Informant 3 såg många likheter med metoden och sin egen undervisning med konkreta material. Den stora skillnaden var uppdelningen med olika block som används i bar modeling, något inte informanten använder sig av i sin specialpedagogiska undervisning. Detta på grund av att man i specialpedagogiken får arbeta med elever som har svårigheter. Då kan det vara en i årskurs 3 som har kunskaper som en årskurs 1, vilket gör att det inte går att arbeta riktigt på liknande sätt.

Informant 1, 2 och 4 såg stora likheter mellan metoden och hur de pratar kring problemlösning i deras klassrum. Att ta reda på vad man vet, vad som ska lösas och fundera hur man ska gå tillväga. Skillnaden är sättet att rita upp det på papper, där de tycker att bar modeling gör det väldigt tydligt och bra.

4.2.4 Tankar om problemlösningsuppgifterna

Samtliga informanter var överrens om att extrauppgiften skulle bli väldigt svår för elever i årskurs 2. De formulerade sig så här:

> ”Skitsvår.. kommer den bli.”
> (Informant 4, 2016)
>
> ”Den skulle de absolut inte fixa.”
> (Informant 2, 2016)
>
> ”Den sista kan vara svår, beror på elever.. som alltid.”
> (Informant 5, 2016)

Vidare var alla informanter också överrens att det skiljer mycket från elev till elev med de andra uppgifterna. Vissa elever kan få problem med läsförståelse på uppgift 5,7 och 8. Medan andra kan få svårt vid uppdelning vid uppgift 4.

Vidare tror alla informanter att de flesta elever faktiskt har kunskaperna för själva uträkningarna vid alla uppgifter förutom extrauppgiften. Detta innebär att uppgifterna ska vara möjliga att lösa för eleverna, bara de kan ta sig an och förstå sig på problemet.

4.3 Sammafattning av resultatet

Sammanfattningsvis visar resultatet att bar modeling hjälpte samtliga elevgrupper på olika sätt vid problemlösningarna. Var i de nivåanpassade problemlösningarna som elevgrupperna fick mer hjälp av metoden stämde bra överrens med vilka matematiska kunskaper som läraren ansåg att eleverna hade vid indelning av grupperna. Exempelvis tog elevgrupp 2 främst stöd i metoden vid extrauppgiften och elevgrupp 3 behövde stöd av metoden tidigare i problemlösningsuppgifterna.

Vidare visade observationerna att elevgrupperna tog stöd i metoden vid val av räknesätt för att lösa problemlösningarna. I intervjuerna beskrev samtliga informanter väldigt tydligt att extrauppgiften skulle vara svår att lösa för elever i årskurserna 1-3. Men resultatet från observationerna visade att fem av sex grupper med elever i årskurs 2 lyckades lösa extrauppgiften.

Eleverna uttryckte själva att metoden hjälpte dem att förstå problemet vid de uppgifter som kändes utmanande.

Informanterna som intervjuades var alla överrens om att bar modeling kan fungera bra som matematisk strategi vid problemlösning, trots att bara en hade hört talas om metoden innan intervjun. Metodens främsta fördelar, var enligt informanterna, tydlighet, möjligheten att kunna använda den genom hela livet och att det är ett verktyg för att rita upp en bild och förstå sig på problemet som ska lösas.

Kopplat till fördelen med att använda samma metod hela tiden och vidare genom livet ansåg en informant att det är svårt att få andra på skolan att använda metoden, vilket då blir en nackdel. Vidare menade informanten att man då kan tappa det unika med metoden om eleverna inte får fortsätta utveckla användandet av metoden efter eleverna slutat i sin egen klass.

Avslutningsvis ansåg informanterna att metoden antagligen fungerar olika bra för olika elever. Det kan bero på kunskapsnivå, läsförståelse eller bara hur eleven i fråga förstått sig på metoden.

Kapitel 5 Diskussion

I kapitlet följer två delar där jag först diskuterar metodvalen till min studie och sedan resultatet av mina observationer och intervjuer.

5.1 Metoddiskussion

Jag valde att göra en kvalitativ studie eftersom att jag ville undersöka hur både lärare och elever ser på bar modeling och om metoden kan fungera som matematisk strategi. För att besvara mina frågeställningar som var kopplade till mitt syfte behövde jag göra både observationer och intervjuer. Observationerna gjordes på 10 elever som går i årskurs 2. Eleverna fick två och två arbeta med problemlösningar med hjälp av bar modeling. Observationstillfällena var elevernas första gång att använda sig av metoden, vilket var därför jag valde att agera observerande deltagare för att kunna ge eleverna stöd i att förstå sig på metoden. Min tanke från början var att genomföra fokusgrupper med fem lärare från olika skolor för att komma åt interaktionen mellan lärarna. Detta för att få mer utförliga svar genom deltagarnas internaktion och diskussion mellan varandra. Men för att få fram ett trovärdigt resultat hade jag behövt göra 3 fokusgrupper, vilket är något jag inte hade haft möjlighet att genomföra på grund av studiens omfattning och den tid jag hade till förfogande. Därför valde jag istället att genomföra fem enskilda intervjuer med lärare från olika skolor. Det hade varit intressant att se vad diskussionen mellan lärarna hade resulterat i vid en fokusgrupp, men samtidigt så resulterade detta val i att jag redan efter fyra intervjuer fått ett ganska mättat resultat med likvärdiga svar från samtliga informanter.

Vid observationerna hade inte eleverna några förkunskaper om att använda bar modeling som matematisk strategi. På grund av detta låg fokus till en början av varje observation på att eleverna skulle förstå sig på själva metoden och dess användning. Det hade därför varit intressant att observera elever som redan arbetat med metoden en period för att se hur den fungerar för elever som är bekväm med arbetssättet och har arbetat med det en längre tid. Trots det fick jag ändå fram resultat om hur metoden kan ge elever stöd i problemlösningsprocessen även fast de inte är inarbetad med metoden sedan tidigare.

Jag märkte under mina intervjuer att det varierande väldigt mycket på hur mycket lärarna hade att säga om bar modeling. Det beror antagligen på att de är olika som personer, men även att Singapore Math samt bar modeling är nya begrepp för de flesta av dem. Jag var medveten om detta innan och jag anser att resultatet blev ännu mer intressant i och med att samtliga lärare ändå blev intresserad av den nya metoden. Detta är något som visar att metoden mycket väl skulle kunna användas som matematisk strategi i den svenska skolan.

Vidare valde jag att endast spela in intervjuerna, något som Lagerholm (2005; 56) påpekar gör efterarbetet lättare, vilket det också gjorde. Genom inspelningarna kunde jag fokusera på det väsentliga i alla intervjuer i sammanställningen av resultatet. Att jag inte valde att spela in observationerna var ett medvetet val. Jag har tidigare upplevt att elever som blir inspelade med bandspelare agerar annorlunda än de hade gjort i en vardaglig inlärningssituation. Detta var något jag verkligen ville undvika och då prioriterade jag bort inspelningen i det fallet.

Med tanke på att jag valde att göra både observationer av elever och intervjuer med lärare ger det min studie en bredare och mer verklighetstrogen bild av hur bar modeling skulle kunna fungera som matematisk strategi. Dock är det viktigt att påpeka att studien är gjort på 10 elever från samma klass och 5 lärare från olika skolor, vilket gör att det inte är resultat som går att generalisera eller applicera på resten av Sverige. Det kan se annorlunda ut på andra skolor, eller i andra kommuner men studien ger oss ändå en inblick i hur människor i den svenska skolan kan tänka kring bar modeling som matematisk strategi.

5.2 Resultatdiskussion

Syftet med studien var att undersöka om bar modeling fungerar som matematisk strategi, hur eleverna upplever det samt hur lärare ser på arbetssättet. För att besvara detta undersöktes dessa tre frågeställningar:

- Hur fungerar bar modeling som matematisk strategi vid problemlösning?
- Hur upplever eleverna arbetssättet?
- Hur ser lärare som arbetar i årskurserna 1-3 på bar modeling som matematisk strategi?

Både informanterna i intervjuerna och resultatet från observationerna visade en tydlig bild av att bar modeling kan fungera som matematisk strategi i den svenska skolan. Metoden passar in i Taflins (2007) beskrivning av grafiska lösningar som representationsform. Det är en problemlösning där det ritas upp en tabell, diagram eller en bild. Att eleverna får verktyget till att rita upp problemet med hjälp av metoden var något informanterna ansåg gav en bra tydlighet. Denna tydlighet märkte jag själv framförallt vid extrauppgiften vid observationerna. Vid första anblick förstod ingen av elevgrupperna något av uppgiften för att det blandandes 1/6 och 2/5, vilket kräver en svår uträkning. Men när eleverna lyckats rita upp problemet i diagrammet blev uträkningen istället väldigt tydlig och uppgiften var inte lika svår längre. Till slut klarade fem av sex grupper också uppgiften, trots att samtliga informanter ansåg att uppgiften ska vara svår att lösa för elever i årskurserna 1-3. Detta anser jag visar att eleverna får ett väldigt bra stöd i sitt tänkande kring problemlösningen efter att ha fått en tydlig bild av problemet, vilket bar modeling hjälper till med.

Englard (2010) menade i sin studie att bar modeling var en bra hjälp i elevernas val av räknesätt. I studien fanns också exempel bifogade där ingen av eleverna i testgruppen som använt metoden använde sig av multiplikation istället för division vid uträkningen. Liknande resultat fick jag också från mina observationer. Exempelvis när elevgrupp 3 fick stöd i sitt val av subtraktion som räknesätt på uppgift 6. Jag tror att eleverna kunde göra rätt val av räknesätt för att det blev lättare att tolka uppgiften med hjälp av metoden.

Vid observationerna var elevgrupperna indelade efter kunskapsnivåer i matematik. Valet att dela in grupperna på det sättet gav en tydlig bild av att användandet av metoden vid olika uppgifter kan kopplas till de olika kunskapsnivåerna. Elevgrupp 3 som har svaga matematiska kunskaper tog tidigt bra stöd av metoden, men det blev istället för svårt för dem vid de sista problemlösningsuppgifterna. Elevgrupp 2 kunde väldigt snabbt lösa samtliga uppgifter förutom extrauppgiften i huvudet, vilket gjorde att metoden endast användes till fullo vid den sista uppgiften. Liknande såg det också ut i de andra elevgrupperna där metoden framförallt användes som ett bra stöd när elevgrupperna utmanades matematiskt. Utifrån resultaten tror jag att metoden är mest effektiv för eleverna att använda sig av för att förstå sig på ett problem. Därför kan den bli överflödig vid för lätta uppgifter. Det hänger ihop med det Jawci et al (2016) förklarar som CPA-approach. Där gränsen mellan det visuella (Pictorial) och tänkandet i huvudet (Abstract) är nära varandra. Vilket i sin tur gör att eleverna som kan tänka ett visst problem rent abstrakt inte behöver se det visuellt, genom bar modeling. Då blir metoden också överflödig för dessa elever.

Vid observationerna var det första gången som eleverna stötte på bar modeling och använde sig av metoden som en matematisk strategi. Trots det kunde jag se att eleverna förstod sig på och kunde använda sig av metoden som stöd i problemlösningen, fyra av fem grupper utryckte sig också positiv till metoden. Jag kan däremot tänka mig att den hade kunnat bli ännu mer kraftfull som matematisk strategi om eleverna hade arbetat med den förut och kände sig mer bekväm med den som stöd. Jag ser dock det som positivt med metoden att den trots detta ändå användes av eleverna samt att alla lärarna som inte stött på bar modeling förut ändå var övertygad att den kan fungera som matematisk strategi.

Informanterna pratade i intervjuerna om det dagliga arbetet med att synliggöra talen för eleverna. I5 utryckte sig då att metoden gör det möjligt att tydliggöra uppdelning av talen för eleverna. Vilket också Taflin (2007) beskriver som centralt i sin definition av begreppet problemlösning. Hon beskriver förmågan att kunna tolka en uppgift korrekt som en viktig faktor för att sedan välja räknesätt för att göra uträkningarna korrekt. Att just ge eleverna en möjlighet att tolka uppgiftens information rätt anser jag är väldigt bra med metoden utifrån det informanterna utryckte som fördelar med den.

Att använda samma matematiska strategi genom alla årskurser och som stöd till problemlösningar med olika räknesätt, är viktigt för att man ska förstå metoden och kunna använda sig av den i den framtida vardagen. Informant 2 lyfte dock fram en intressant nackdel till metoden, vilken var att det kan vara svårigheter att få en hel skola eller ett helt arbetslag att använda sig av den. Det tror jag kan ha en koppling till Garelicks (2006) artikel där han förundrades över att tre av fyra skolor valde att sluta med modellen trots bättre resultat. Jag vet själv att det är lätt att själv bli motiverad och engagerad till nya ideér och tankar. Det är också lätt att införa det i sitt eget klassrum som lärare. Det som istället kan vara svårt är när man vill sprida metoden till andra lärare för att få ut så mycket som möjligt av metoden och få det till ett gemensamt arbetssätt som sätter en grund i barnens matematiska tänkande. Jag anser att det kan vara en utmaning, men samtidigt är det likadant med alla nya tankar och idéer. Därför tror jag det är viktigt att våga börja arbeta med nya saker och sedan låta sina erfarenheter inspirera andra att vilja ta efter.

Eriksson (1991) menar att det är viktigt att elever kan välja och kombinera olika matematiska strategier, utan att det blir för många, för att bli en bra problemlösare. Detta var något som resultatet från mina observationer också visar. Metoden är ingenting som står på egna ben, eller löser alla matematiska svårigheter. Det är ett verktyg för att förstå och tolka problemlösningar. Att förstå och få en bild av en problemlösning kan underlätta användandet av andra matematiska strategier, exempelvis gissa och pröva metoden där man då kan göra bra gissningar från början. Det förminskar också hindren och de negativa saker som exempelvis Capraro et.al (2011) och Malloy och Jones (1998) lyfter fram med gissa och pröva. Därför tror jag att andra metoder kan komplettera bar modeling väldigt bra, men också tvärtom.

Kapitel 6 Avslutning

I följande kapitel kommer en sammanfattning av de slutsatser jag funnit av den genomförda studien presenteras. Avslutningsvis framförs mina egna tankar och kommentarer kring det självständiga arbetet, samt förslag som jag finner intressanta att forska vidare om.

6.1 Slutsats

Det finns stora likheter mellan den tidigare forskning som presenterats under punkt 2.3 och de resultat som uppkommit från denna studies observationer och intervjuer. Lärarna är överrens om att bar modeling mycket väl kan hjälpa många elever vid problemlösningar. Alla lärare ser det simpla sättet att förenkla svåra och komplicerade matematiska problem som metodens största fördel. Nackdelen som studien visar med metoden är att det kan finnas svårigheter att få med en hel skola eller ett arbetslag att använda sig av metoden. Det är också en viktig faktor för att få ut så mycket som möjligt av den matematiska strategin. Resultatet från observationerna stämde bra överrens med lärarnas syn på metoden. När uppgifterna blev svåra och blev matematiskt utmanande tog elevgrupperna stöd i metoden för att välja räknesätt och tolka problemet korrekt. Vid vilka uppgifter eleverna började ta stöd i metoden varierade utifrån elevgruppernas matematiska kunskapsnivå.

6.2 Vidare forskning och avslutande kommentarer

Det är viktigt att ha i åtanke att svårt att dra för stora slutsatser av en studie likt denna. Urvalet är för litet, tidsramen är begränsad och det hade krävts en större studie i helhet för att kunna dra större slutsatser.

Under min studie har jag några gångers stött på tankar och idéer om anpassningar till min studie som jag hade velat genomföra, men som av olika anledningar inte passat in. Därför kommer här några förslag på vidare forskning som jag finner intressant om Singapore Math och bar modeling.

Som jag redan tagit upp tidigare tycker jag att det vore intressant att genomföra fokusgrupper i en mer omfattande studie. Detta för att interaktionen mellan människor kan göra att man kan få nya och mer omfattande svar från deltagarna.

Det skulle även vara intressant att studera och göra jämförelser före och efter en klass introducerats och arbetat med bar modeling under en längre tid. En sådan studie skulle behöva vara med omfattande och större för att få ut ett bra resultat.

Jag tycker avslutningsvis att det är väldigt roligt och inspirerande att jag med denna studie fått undersöka en av de metoder jag kan tänkas använda mig av i mitt framtida klassrum. Det är roligt att bar modeling verkar tas emot och uppskattas från både elev-och lärarperspektiv. Med mitt resultat i ryggen känner jag mig ännu mer säker på att det är viktigt att vara öppen för nya idéer och tankar för att utveckla sin egen undervisning.

Kapitel 7 Källförteckning

Beckmann, Sybilla. (2004) Solving Algebra and Other Story Problems with Simple Diagrams: a Method Demonstrated in Grade 4–6 Texts Used in Singapore. The Mathematics Educator 2004, Vol. 14, No. 1, 42–46
Hämtad: http://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ848499.pdf

Bryman, Alan (2011). Samhällsvetenskapliga metoder.2. [rev.] uppl Malmö: Liber

Eliasson, Annika (2013). Kvantitativ metod från början. 3., uppdaterade uppl. Lund: Studentlitteratur

Emanuelsson, Göran, Johansson, Bengt & Ryding, Ronnie (red.) (1991). Problemlösning. Lund: Studentlitteratur

Englard, Lisa. (2010). *Raise the bar on problem solving.* Teaching children mathematics. United States. Hämtad: *http://commoncore2012.homestead.com/grade_level_files/fourth/math/Q1curriculummapresources/professionaldevelopment/singapore_method_word_problems.pdf*

Eriksson, Rolf(1991). *Från min klass*. I: G. Emanuelsson, B. Johansson & R. Ryding (Red.), Problemlösning. (sid. 101- 112). Lund: Studentlitteratur.

Esaiasson, Peter, Gilljam, Mikael, Oscarsson, Henrik & Wängnerud, Lena (red.) (2012). Metodpraktikan: konsten att studera samhälle, individ och marknad. 4., [rev.] uppl. Stockholm: Norstedts juridik

Garelick, Barry. (2006). *Miracle Math.* Education Next.
Hämtad: http://educationnext.org/miracle-math/

Jaciw, Andrew P. et al. (2016) Assessing Impacts of Math in Focus, a “Singapore Math” Program, Journal of Research on Educational Effectiveness, 9:4, 473-502, DOI: 10.1080/19345747.2016.1164777
Hämtad: http://dx.doi.org/10.1080/19345747.2016.1164777

Lagerholm, Per (2005). *Språkvetenskapliga uppsatser.* Studentlitteratur, Lund.

Malmer, Gudrun (2002). Bra matematik för alla: nödvändig för elever med inlärningssvårigheter. 2. uppl. Lund: Studentlitteratur

Malmer, G. & Rudqvist, M. (2005). Räkneväskan: Handledning. Kalmar:

Adastra läromedel AB.

Merriam, Sharan B. (1994). Fallstudien som forskningsmetod. Lund: Studentlitteratur

Ryen, Anne (2004). Kvalitativ intervju: från vetenskapsteori till fältstudier. 1. uppl. Malmö: Liber ekonomi

Saundry, Carole, & Nicol, Cynthia. (2006*). Drawing as Problem-Solving: Young children's mathematical reasoning through pictures*. Paper presented at the Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Prague.
Hämtad: http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED496939.pdf#page=65

Skolverket (2011) *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet* 2011. Stockholm: Skolverket
Tillgänglig på Internet: http://www.skolverket.se/publikationer?id=2575

Skolverket (2015). *TIMSS 2015*. Svenska grundskolelevers kunskaper i matematik och naturvetenskap i ett internationellt perspektiv.
Hämtad:
http://www.skolverket.se/om-skolverket/publikationer/visa-enskild-publikation?_xurl_=http%3A%2F%2Fwww5.skolverket.se%2Fwtpub%2Fws%2Fskolbok%2Fwpubext%2Ftrycksak%2FBlob%2Fpdf3707.pdf%3Fk%3D3707

Skolverket (2016) *TIMSS i korthet.* 2016. Stockholm: Skolverket
Tillgänglig på Internet: http://www.skolverket.se/statistik-och-utvardering/internationella-studier/timss

Taflin, Eva. (2007) Matematik i skolan – för att skapa tillfällen till lärande.
Hämtad:
http://umu.diva-portal.org/smash/get/diva2:140830/FULLTEXT01.pdf?gathStatIcon=true

The Ministry of Education in Singapore. (2012). Mathematics Syllabus, primary one to four. Singapore.
Hämtad: https://www.moe.gov.sg/docs/default-source/document/education/syllabuses/sciences/files/mathematics-syllabus-(primary-1-to-4).pdf

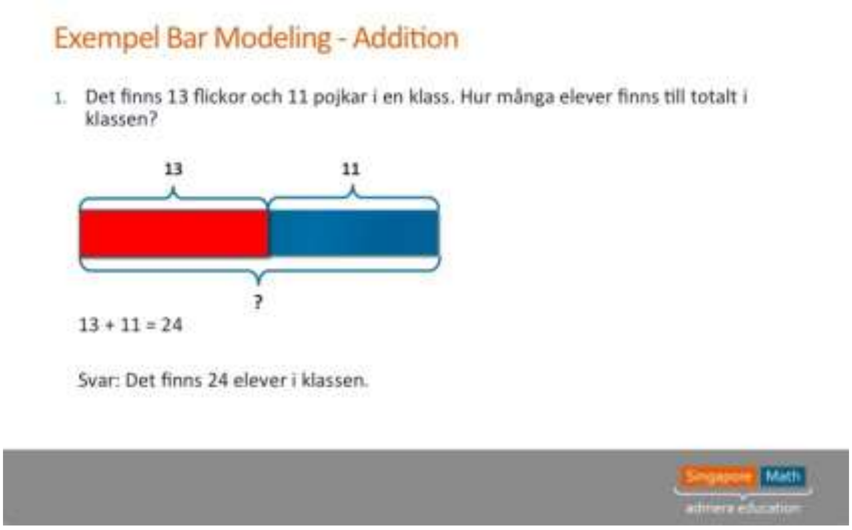
TIMSS, Trend in International Mathematics and Science Study (2011). *National Center for Education Statistics.*
Hämtad: https://nces.ed.gov/timss/table11_2.asp

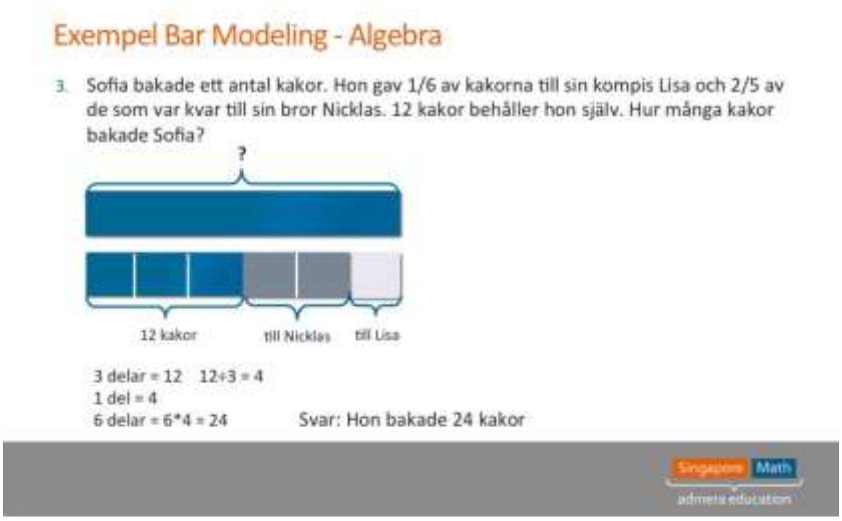
Vetenskapsrådet (2011). *God forskningsed*.
Hämtad: https://publikationer.vr.se/produkt/god-forskningssed/

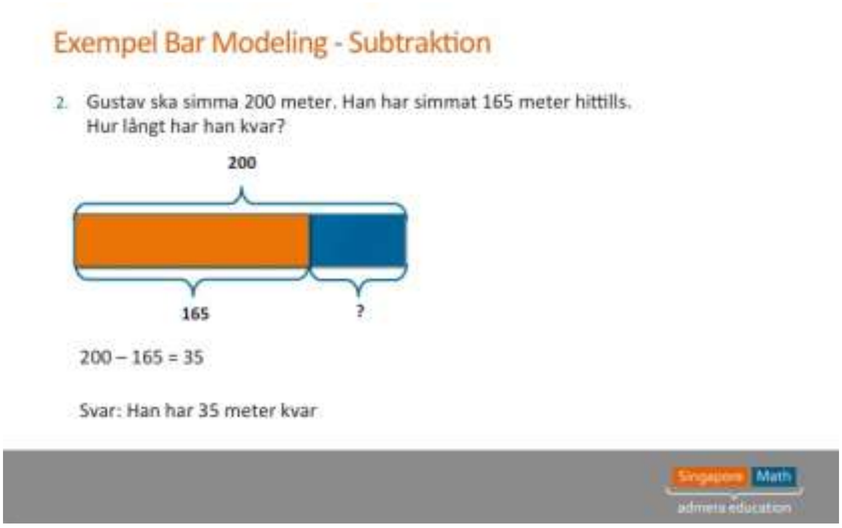
Vidgor, Jacob. (2013). *Solving America’s math problems.* Education Next.
Hämtad: http://educationnext.org/solving-america%E2%80%99s-math-problem/

Wibeck, Victoria (2010). Fokusgrupper: om fokuserade gruppintervjuer som undersökningsmetod. 2., uppdaterade och utök. uppl. Lund: Studentlitteratur

Bilaga 1 - Exempel – Bar Modeling







(http://www.admeraeducation.se/om-singapore-math/#barmodeling)

Bilaga 2 – Inbjudan till intervjuer

Hej Lärares namn!
Jag är mycket glad över att du är intresserad att vara delaktig i min studie. Det ska bli väldigt intressant att få ta del av det du har att säga om den matematiska strategin, bar modeling.
Syftet med studien är att ta reda på hur lärare ser på bar modeling som matematisk strategi.

Bar modeling är en metod uttagen från en modell som heter Singapore Mah. Modellen är baserad på Singapores kursplan i matematik och tar utgångspunkt i modern forskning kring inlärning och problemlösning. I Singapore Math lägger man stor vikt vid att skapa en förståelse för matematikens grunder på ett tidigt stadium. Där kommer också Bar modeling in som en matematisk strategi. Det är en visuell modell för problemlösning som eleverna lär sig använda i allt från enklare addition och subtraktion till mer avancerad algebra.

Jag bifogar med tre exempel på uträkningar med bar modeling samt en klipp där bar modeling förklaras. Dessa kan vara bra att titta igenom för att inför intervjun få en större förståelse för vad vi ska tala om.

Uppsatsen kommer att resultera i att titta på bar modeling som matematisk strategi. Om den fungerar, hur elever upplever den och hur lärare ser på arbetssättet.

Självklart får du ta del av studien när den är klar i januari! Intervjun beräknar jag till ca 30 minuter. Jag hoppas att det är okej att jag spelar in intervjun då det är viktigt för mig att inte missa viktig information. Självklart kommer denna inspelning endast att användas i samband med uppsatsskrivandet.

Med vänliga hälsningar
Niklas Nygren

Länk till film: http://www.greatmathsteachingideas.com/2014/12/26/bar-modelling-a-powerful-visual-approach-for-introducing-number-topics/

Bilaga 3 – Intervjumanual

Kvalitativ samtalsintervju - Lärare i årskurserna 1-3

Introduktionsfrågor:

Vilken utbildning har du?
Hur länge har du arbetet som lärare?
Hur länge har du arbetat som lärare i årskurserna 1-3?

1. Har du på något sätt kommit i kontakt med Singapore Math förut?
2. Vad tror du om metoden som en matematisk strategi?
3. Vilka fördelar/nackdelar ser du med metoden?
4. Finns det några likheter/skillnader i metoden i förhållande till dagens undervisning?
5. Hur tror du att elever i årskurserna 1-3 skulle klara av att lösa dessa problemlösningsuppgifter? (Se bilaga 4)

Bilaga 4 – Frågor i problemlösning (Observationer)

1. Det finns 13 flickor och 11 pojkar i en klass. Hur många elever finns det totalt i klassen?

2. Fatima har 5 lila blommor och 3 gula blommor. Hur många blommor har hon sammanlagt?

3. Frida har tio äpplen men ger bort sex äpplen till Marcus. Hur många äpplen har Frida kvar?

4. Hanna har 12 kakor. Hon ska dela dem lika med sina två kompisar. Hur många kakor får de var?

5. I en godispåse finns det nappar, salta fiskar och klubbor. Det finns 6 nappar. Dubbelt så många klubbor som nappar. Det finns sedan hälften så många salta fiskar som nappar. Hur många godisbitar finns det i påsen?

6. Maria räknar korten i en vanlig kortlek och får det till 46 kort. Det ska vara 52 kort i en vanlig kortlek.
   Hur många kort fattas?

7. Pelle har totalt 25 kulor. Fem av kulorna är blåa. Dubbelt så många är röda. Resten av kulorna är lila. Hur många lila kulor har Pelle?

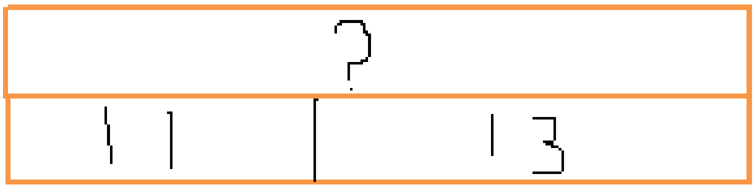
8. Michaela läser 2 sidor från sin bok. Niklas läser 3 gånger så många sidor än Michaela i sin bok. Deras kompis Minna läser 5 sidor fler sidor än Niklas. Hur många sidor läste Minna i sin bok?

Extra uppgift: Sofia bakade ett antal kakor. Hon gav bort 1/6 till sin kompis Lisa och 2/5 av de som var kvar till sin bror Niklas. Hon behåller sedan 12 kakor själv. Hur många kakor bakade Sofia?

Bilaga 5 – Exempellösningar på frågorna

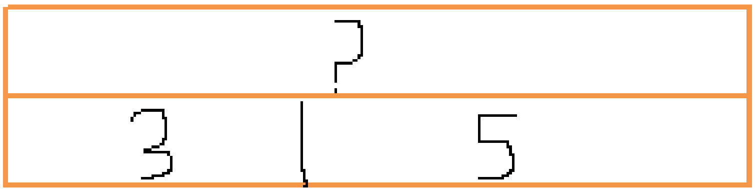
1. Det finns 13 flickor och 11 pojkar i en klass. Hur många elever finns det totalt i klassen?

$11+13=24$



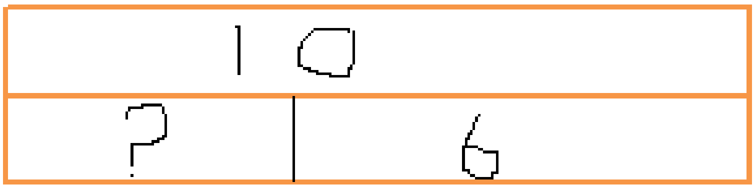
2. Fatima har 5 lila blommor och 3 gula blommor. Hur många blommor har hon sammanlagt?

$3+5=8$



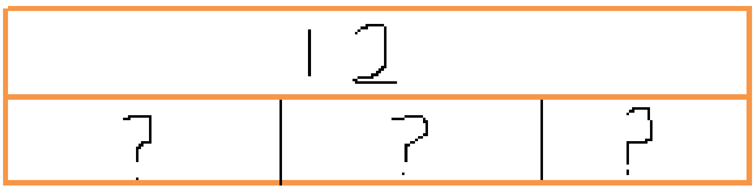
3. Frida har tio äpplen men ger bort sex äpplen till Marcus. Hur många äpplen har Frida kvar?

$10-6=4$



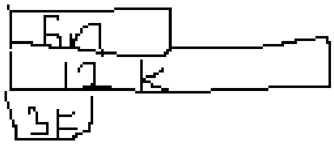
4. Hanna har 12 kakor. Hon ska dela dem lika med sina två kompisar. Hur många kakor får de var?

$12/3=4$



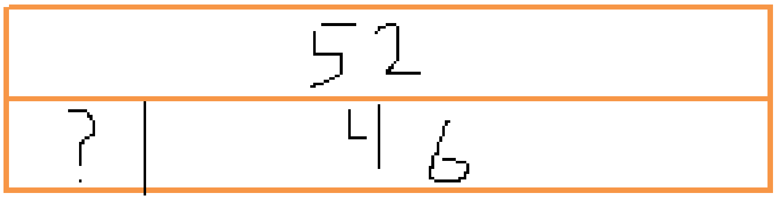
5. I en godispåse finns det nappar, salta fiskar och klubbor. Det finns 6 nappar. Dubbelt så många klubbor som nappar. Det finns sedan hälften så många salta fiskar som nappar.
   Hur många godisbitar finns det i påsen?

$6+12+3=21$

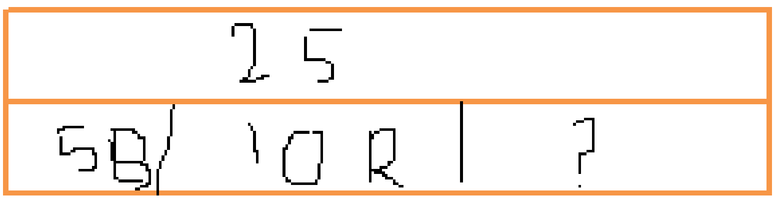


Maria räknar korten i en vanlig kortlek och får det till 46 kort. Det ska vara 52 kort i en vanlig kortlek.
Hur många kort fattas?

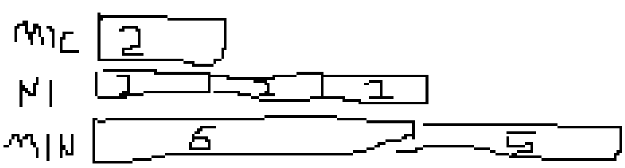
52-46=6



Pelle har totalt 25 kulor. Fem av kulorna är blåa. Dubbelt så många är röda. Resten av kulorna är lila. Hur många lila kulor har Pelle?



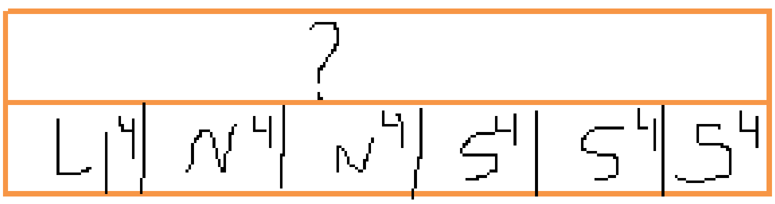
Michaela läser 2 sidor från sin bok. Niklas läser 3 gånger så många sidor än Michaela i sin bok. Deras kompis Minna läser 5 sidor fler sidor än Niklas. Hur många sidor läste Minna i sin bok?



6+5=11

Extra uppgift: Sofia bakade ett antal kakor. Hon gav bort 1/6 till sin kompis Lisa och 2/5 av de som var kvar till sin bror Niklas. Hon behåller sedan 12 kakor själv. Hur många kakor bakade Sofia?

4x6=24



Bilaga 6 – Räkneväskan

Detta är två bilder av det konkreta materialet Räkneväskan. I den ingår ett laborativt material, talblock, framtaget på 1960-talet. Materialet utgavs på nytt 2005 (Malmer & Rudqvist, 2005) och finns även i moderna versioner hos andra läromedelsföretag. Det är en väska där dessa talblock ligger och tanken är att varje elev ska ha varsin räkneväska. Med hjälp av den kan man laborera sig fram till matematiska lösningar genom att exempelvis lägga ihop olika talblock (addition) eller lägga dem på varandra för att se skillnaden (subtraktion).